

수능 정복하기 시즌1 1회

수 학 영 역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.
- 최고의 콘텐츠를 모두의 책상 위에**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
- **공통과목** 1~6 쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 7~8 쪽
 - 미적분 9~10 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

8. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} = 4$ 일 때,

$\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + t, \quad v_2(t) = 2t^2 + 3t$$

이다. 두 점 P, Q가 출발한 후 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간, 두 점 P, Q 사이의 거리는? [4점]

- ① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{14}{9}$ ④ $\frac{16}{9}$ ⑤ 2

10. 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} - 64$ 에 대하여 함수 $y = |f(x)|$ 의

그래프와 직선 $y = k$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 자연수 k 의 개수는? [4점]

- ① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 가속도가

$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \quad (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$ 에서의 속도가 k 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 구간 $(3, \infty)$ 에서 점 P의 속도는 증가한다.
 ㄴ. $k=-4$ 이면 구간 $(0, \infty)$ 에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
 ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=5$ 까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k 의 최솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 첫째항이 2이고 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = 4n \times 3^n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^6 b_k$ 의 값은? [4점]

- ① 90 ② 93 ③ 96 ④ 99 ⑤ 102

13. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 정수 m 에 대하여

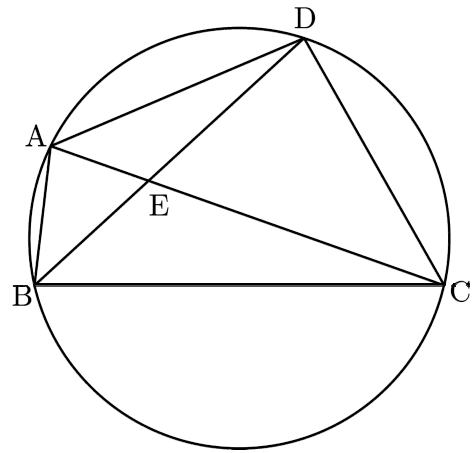
$$\int_m^{m+2} f(x)dx = k \text{이다. (단, } k \text{는 상수)}$$

(나) $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ 이다.

$k + \int_1^{10} f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{71}{4}$ ② $\frac{75}{4}$ ③ $\frac{79}{4}$ ④ $\frac{83}{4}$ ⑤ $\frac{87}{4}$

14. $\overline{DA} = 2\overline{AB}$, $\angle DAB = \frac{2}{3}\pi$ 이고 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 있다. 두 대각선 AC, BD의 교점을 E라 할 때, 점 E는 선분 BD를 3:4로 내분한다. 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ ④ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\sqrt{3}$

15. $f(0)=0$ 이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(x)=f(x)+xf'(x)$ 이다.
 (나) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 모두 극솟값 0을 갖는다.

함수 $g(x)$ 의 극댓값이 81일 때, $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 62 ③ 64 ④ 66 ⑤ 68

단답형

20. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = 10$
- 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \cdots + (a_n)^n}{n}$$

이다.

다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$b_n = (a_n)^n$ 이라 하면 $b_1 = 10$ 이고 주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ 라 하면

$$S_{n+1} = \boxed{\text{가}} \times S_n$$

이다.

$$S_1 = 10,$$

$$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \cdots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여 S_n 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{나}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1이고 최솟값이 0인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 양의 실수 t 에 대하여 방정식 $f(x)=t$ 의 실근 중 가장 큰 것을 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$ 는 $t=k$ ($k>0$)에서 불연속이다.

(나) $\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) = -2$, $\lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = 1$

$f'(0)=0$ 일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]

22. 좌표평면에서 곡선 $y=a^x$ ($0 < a < 1$) 위의 점 P가 제2사분면에 있다. 점 P를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선 $y=-\log_a x$ 위의 점 R에 대하여

$\angle PQR = \frac{\pi}{4}$ 이다. $\overline{PR} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ 이고 직선 PR의 기울기가 $\frac{1}{7}$

일 때, $60a^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

27. 두 이산확률변수 X 와 Y 가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고

$$P(Y=k) = \frac{1}{2}P(X=k) + \frac{1}{10} \quad (k=1, 2, 3, 4, 5)$$

이다. $E(X)=4$ 일 때, $E(Y)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

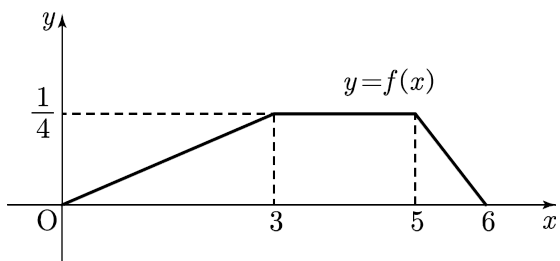
28. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은?
[4점]

- (가) 앞면이 3번 이상 나온다.
(나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

- ① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{23}{32}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{25}{32}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

단답형

29. 두 연속확률변수 X 와 Y 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 6$, $0 \leq Y \leq 6$ 이고, X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$ 이다. 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



$0 \leq x \leq 6$ 인 모든 x 에 대하여

$$f(x) + g(x) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킬 때, $P(6k \leq Y \leq 15k) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다.
 (나) 각 학생이 받는 사인펜의 개수는 9 이하이다.
 (다) 적어도 한 학생은 짝수 개의 사인펜을 받는다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

27. 두 함수 $f(x) = e^x(x^2 + ax + b)$, $g(x) = e^{-x}(x^2 + ax + b)$ 는 각각 $x = -3$, $x = 2$ 에서 극댓값을 갖는다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 극솟값을 각각 m_1 , m_2 라 할 때, $m_1 + m_2$ 의 값은? (단, a , b 는 상수이다.) [3점]

- ① $-2e$ ② $-e-1$ ③ 0
- ④ $e-1$ ⑤ $2e$

28. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α , 최댓값을 β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$)

[4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

단답형

29. 0이 아닌 상수 p 에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 각각

$$a_n = \frac{p}{2^n} \times \cos\left(\frac{(n-1)\pi}{2}\right),$$

$$b_n = \frac{1+(-1)^{n+1}}{2^n}$$

이고, $\sum_{k=1}^{\infty} (a_{4k-1} + b_{4k-1}) = \frac{2}{3}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k + b_k) = S$ 이다.

$60S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $a < 0$ 인 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^2 e^{ax}$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $100a^2$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$) [4점]

양의 실수 t 에 대하여 부등식 $f(x) \geq t$ 를 만족시키는 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 $t = \frac{16}{e^2}$ 에서 불연속이다.

[2013년 3월 나형 29번]

수학 I / 지수함수, 로그함수 그래프



10. 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} - 64$ 에 대하여 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 자연수 k 의 개수는? [4점]

- ① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

[2022학년도 예비시행 14번]

수학 II / 속도, 가속도, 거리



11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 가속도가

$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \quad (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$ 에서의 속도가 k 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 구간 $(3, \infty)$ 에서 점 P의 속도는 증가한다.
- ㄴ. $k = -4$ 이면 구간 $(0, \infty)$ 에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
- ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=5$ 까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k 의 최솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2011년 6월 고2 가형 27번 REV]

수학 I / 수열의 합(\sum)



12. 첫째항이 2이고 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = 4n \times 3^n$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^6 b_k$ 의 값은? [4점]

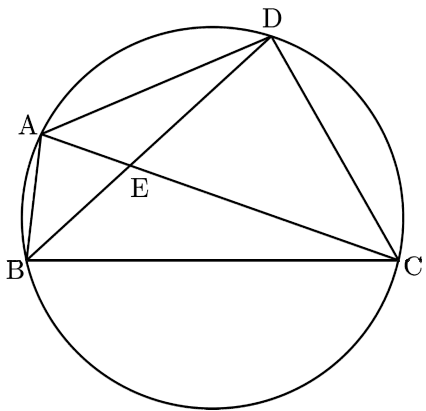
- ① 90 ② 93 ③ 96 ④ 99 ⑤ 102

[2021년 6월 고2 29번]

수학 I / 사인법칙, 코사인법칙(도형)



14. $\overline{DA} = 2\overline{AB}$, $\angle DAB = \frac{2}{3}\pi$ 이고 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 있다. 두 대각선 AC, BD의 교점을 E라 할 때, 점 E는 선분 BD를 3:4로 내분한다. 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ ④ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\sqrt{3}$

[2018년 9월 고2 가형 28번 REV]

수학 II / 적분 계산



13. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 정수 m 에 대하여

$$\int_m^{m+2} f(x)dx = k \text{이다. (단, } k \text{는 상수)}$$

(나) $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ 이다.

$k + \int_1^{10} f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{71}{4}$ ② $\frac{75}{4}$ ③ $\frac{79}{4}$ ④ $\frac{83}{4}$ ⑤ $\frac{87}{4}$

[2013년 7월 나형 21번 REV]

수학 II / 극대·극소, 최대·최소



15. $f(0) = 0$ 이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(x) = f(x) + xf'(x)$ 이다.

(나) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 모두 극솟값 0을 갖는다.

함수 $g(x)$ 의 극댓값이 81일 때, $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 62 ③ 64 ④ 66 ⑤ 68

[2020년 10월 가형 15번 REV]

수학 I / 지수함수, 로그함수 그래프



22. 좌표평면에서 곡선 $y = a^x (0 < a < 1)$ 위의 점 P가

제2사분면에 있다. 점 P를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선 $y = -\log_a x$ 위의 점 R에 대하여

$\angle PQR = \frac{\pi}{4}$ 이다. $\overline{PR} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ 이고 직선 PR의 기울기가 $\frac{1}{7}$

일 때, $60a^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

[2022학년도 수능 확률과 통계 29번]

확률과 통계 / 확률분포

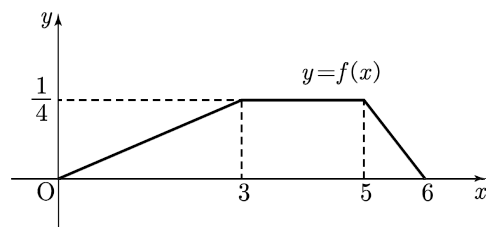


29. 두 연속확률변수 X 와 Y 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 6$,

$0 \leq Y \leq 6$ 이고, X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각

$f(x)$, $g(x)$ 이다.

확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



$0 \leq x \leq 6$ 인 모든 x 에 대하여

$$f(x) + g(x) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킬 때, $P(6k \leq Y \leq 15k) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[2016학년도 9월 A형 17번]

수학 I / 점화식



20. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = 10$

- 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \dots + (a_n)^n}{n}$$

이다.

다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$b_n = (a_n)^n$ 이라 하면 $b_1 = 10$ 이고 주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ 라 하면

$$S_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times S_n$$

이다.

$$S_1 = 10,$$

$$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \dots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여 S_n 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

[2019학년도 사관학교 나형 30번 REV]

수학 II / 그래프 추론



21. 최고차항의 계수가 1이고 최솟값이 0인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 양의 실수 t 에 대하여 방정식 $f(x) = t$ 의 실근 중 가장 큰 것을 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$ 는 $t = k$ ($k > 0$)에서 불연속이다.

(나) $\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) = -2$, $\lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = 1$

$f'(0) = 0$ 일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]

[2020학년도 수능 가형 20번]

확률과 통계 / 확률



28. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은?
[4점]

(가) 앞면이 3번 이상 나온다.

(나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

- ① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{23}{32}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{25}{32}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

[2022학년도 9월 확률과 통계 30번]

확률과 통계 / 순열과 조합



30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.
[4점]

(가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다.

(나) 각 학생이 받는 사인펜의 개수는 9 이하이다.

(다) 적어도 한 학생은 짝수 개의 사인펜을 받는다.

[2016학년도 9월 B형 21번]

미적분 / 정적분으로 정의된 함수



28. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에

대하여 $\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α ,

최댓값을 β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$)

[4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

[2006학년도 가나형 13 REV]

미적분 / 급수



29. 0이 아닌 상수 p 에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 각각

$$a_n = \frac{p}{2^n} \times \cos\left(\frac{(n-1)\pi}{2}\right),$$

$$b_n = \frac{1 + (-1)^{n+1}}{2^n}$$

이고, $\sum_{k=1}^{\infty} (a_{4k-1} + b_{4k-1}) = \frac{2}{3}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k + b_k) = S$ 이다.

$60S$ 의 값을 구하시오. [4점]

[2016년 3월 가형 30 REV]

미적분 / 그래프 추론



30. $a < 0$ 인 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^2 e^{ax}$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $100a^2$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$) [4점]

양의 실수 t 에 대하여 부등식 $f(x) \geq t$ 를

만족시키는 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때, 함수

$g(t)$ 는 $t = \frac{16}{e^2}$ 에서 불연속이다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.