『2027 수정 : 수능 정복하기 시즌1』
정오 사항 안내

학습에 불편을 드려 대단히 죄송합니다.

초판본 정오(2026.02.11 확인)

정오 대상 문항
해설 6회 13번
해설 7회 13번

조판 과정에서 문항을 변경하던 중 해설의 일부가 섞인 상태로 인쇄되었습니다.
해당 오류는 조판 과정의 편집 반영 도중 발생한 것으로 확인되며 아래 QR코드 또는 뒷장의 해설로
6회 13번, **7회 13번**에 대한 정정된 해설을 이용해 주시길 바랍니다.

다시 한번 학습에 혼선을 드린 점 죄송합니다. 동일한 문제가 재발하지 않도록 주의하겠습니다.
여러분과 함께 성장해 나가는 다정북스가 되겠습니다.

13 [2017년 9월 고2 가형 19번]

$f(-x)=-f(x)$, $g(-x)=-g(x)$ 이므로 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 는 원점에 대하여 대칭인 함수이고, 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 각 항은 홀수차항으로만 구성되어 있어야 한다.[1] … ㉠ 각 극한 식을 차례로 살펴보자.

우선 극한 $\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^2g'(x)}$ 가 3 으로 수렴하므로 분모와 분자의 차수가 같아야 한다. 따라서 함수 $f'(x)$ 의 차수가 함수 $g'(x)$ 의 차수보다 2 만큼 높아야 하므로 함수 $f(x)$ 의 차수는 함수 $g(x)$ 의 차수보다 2 만큼 높다.

이제 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x)=x^{n+2}+\cdots,\ g(x)=x^n+\cdots$$

라 하자. 그러면 $\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^2g'(x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{(n+2)x^{n+1}+\cdots}{x^2\times nx^{n-1}+\cdots}=3$ 이므로 **최고차항의 계수 비**를 이용하면

$$\frac{n+2}{n}=3\ \rightarrow\ n=1$$

을 얻는다. 따라서 $f(x)$ 는 삼차함수이고, $g(x)$ 는 일차함수이므로 ㉠를 이용하면

$$f(x)=x^3+ax,\ g(x)=x$$

라 놓을 수 있다. 이제 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-1$ 을 이용하여 a 의 값을 구해보면

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{(x^3+ax)\times x}{x^2}=-1\ \rightarrow\ a=-1$$

이므로 $f(x)=x^3-x$, $g(x)=x$ 이다. $\therefore\ f(2)+g(3)=6+3=9$

답 ②

[평정 수2 시즌1]

(4) 최고차항, 최저차항 계수의 비

다항함수 $f(x)$, 0 이 아닌 두 상수 a, b 와 두 자연수 m, n 에 대하여

① 최고차항의 계수의 비 : $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=a\ \rightarrow\ f(x)=ax^m+\cdots$

② 최저차항의 계수의 비 : $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^n}=b\ \rightarrow\ f(x)=\cdots+bx^n$

1) 기함수인 다항함수는 각 항이 홀수차인 항으로만 구성되어 있고, 우함수인 다항함수는 각 항이 짝수차인 다항함수로 이루어져 있다. $f(x)=a_1x^n+a_2x^{n-1}+\cdots$ 로 놓고 항등식 $f(x)=f(-x)$ 와 $f(x)=-f(-x)$ 를 각각 작성해 보면 증명할 수 있다.

13 [2018학년도 나형 29번]

먼저 두 삼차함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = (x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

를 만족시키므로,

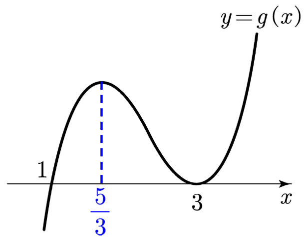
$(x-1)$ 인수 2개, $(x-2)$ 인수 2개, $(x-3)$ 인수 2개

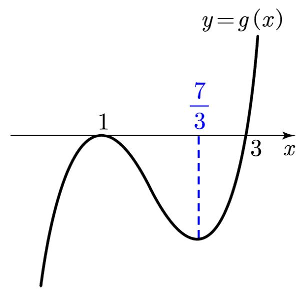
중에서 함수 $g(x)$ 가 3개를 가지고, 나머지 인수 3개는 $f(x)$ 가 가지고 있다고 생각할 수 있다.

이제 함수 $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값을 가질 조건을 생각해 보자. **삼차함수의 비율 관계**를 생각했을 때,[1] 아래 그림과 같이 $g(2) \neq 0$ 일 때는 $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값을 가질 수 없는 것을 알 수 있다.[2]

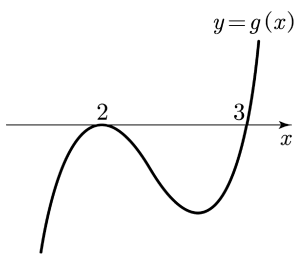
1) 비율 관계에 대한 내용은 다음 장의 박스를 참고하자.

2) 만약 $g(2) \neq 0$ 이라면 $(x-1)$ 과 $(x-3)$ 만 인수로 가질 수 있으므로, 가능한 $g(x)$ 는 $3(x-1)(x-3)^2$ 또는 $3(x-1)^2(x-3)$ 뿐이다.





따라서 $g(2)=0$ 이여야 하고, $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값을 가지려면 아래 그림과 같이 $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 x 축과 아래쪽에서 접해야 한다.



위 그림으로부터 $g(x) = 3(x-2)^2(x-3)$ 만 조건을 만족시키는 것을 알 수 있고, 따라서

$$f(x) = \frac{1}{3}(x-1)^2(x-3) \to f'(0) = \frac{7}{3}$$

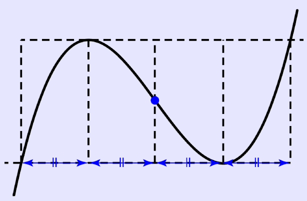
임을 알 수 있다. ∴ ③

답 ③

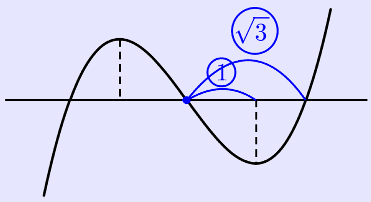
[다정 : 다항함수 정복하기]

삼차함수의 비율 관계

이제는 너무나도 유명해진 삼차함수의 비율 관계이다. 비율 관계는 삼차함수의 실전 도구 중 가장 기본이 되는 도구이며, 수식적인 증명은 특징적인 점을 원점으로 평행이동하여 미분을 통해 극값이 되는 점의 x 좌표를 찾아주면 된다.



[$1:1:1:1$ 비율 관계]



[$1:\sqrt{3}$ 비율 관계]