

Daily 삼정 5회

Daily 삼정 사용설명서

Daily 삼정은, 3-5등급 학생들을 위한

루틴 학습용 하프모의고사

입니다.

1. 모의고사의 의의

이 모의고사의 가장 큰 장점은, 하반기에 개념이 군데 군데 빠져 있는 4-5등급 학생들이 전범위의 쉬운 하프모의고사를 매일 연습하며 본인의 약점을 채울 수 있다는 것입니다.

하위권 학생들이 하반기에 개념강의를 처음부터 돌리는 경우가 많은데, 그러다 보면 완강률도 낮고 4-5등급 학생들은 뒷 부분 개념을 완벽히 채우지 못하고 수능을 보러 가는 경우도 있습니다.

또한 2-3등급 학생이라도 잘 출제되지 않는 지엽적인 개념(통계적 추정, 속도가속도, 곡선의길이 등등)이 나오면 수능장에서 3점을 틀리는 경우도 있습니다.

이 모의고사를 주 3회 풀며, 전범위에 대한 감을 계속 유지하시는 것을 추천드립니다.

기출 원본이 아닌 평가원식 변형문제가기 때문에, 실제 수능을 연습하는 데에도 큰 도움을 줄 겁니다.

실제로 여기에 있는 번호대만 모두 맞추어도 72점, 즉 높은 4등급 - 낮은 3등급 실력을 안정적으로 확보할 수 있습니다.
(16-20은 없으나 요즘 쉬우므로 생략하겠습니다.)

:

또한, 2-3등급 학생들도 이 모의고사를 간간히 풀어주며 하루 중 공부에 집중이 안될 때 리프레쉬하는 용도로 쓰시면 좋습니다.

공통 12, 13과 선택 27번은 마냥 쉽지만은 않기 때문에, 적당한 긴장감과 도파민을 줄 수 있습니다.

2. 모의고사의 구성

모의고사는 1-13번, 23-27번으로 구성된 간단한 하프모의고사입니다.

모의고사를 풀며, 틀리거나 잘 모르는 문제가 나오면 **그날 즉시 그 부분을 본인이 듣는 인강(세젤쉬, 시발점, 파운데이션 등등)이나 독학서(평정, 한완수 등등)로 개념 보충하시는 것**을 추천드립니다.

아니면 과외 선생님이 해당 부분 개념을 속성으로 지도해주셔도 좋습니다.

전범위를 공부할 필요 없이, 모르는 것만 그날 그날 채워나가도 Daily 삼정을 다 풀 때쯤은 3등급 정도 실력까지는 탄탄히 채워져 있을 겁니다.

3. 해설지의 구성

기본적으로 친절한 과외식 해설이 탑재되어 있으며, 일부 문제는 **까먹은 공식을 상기**시키거나

풀이 방향

분모에 n 과 k 가 같이 있으므로 정적분 꼴을 만들어야 한다. $\frac{1}{n}$ 을 dx , $\frac{k}{n}$ 를 x , 적분구간을 $\int_0^1$ 로 바꿔주면 된다.

학생들이 접근하기 어려웠을 만한 발상에 대한 힌트를 주는 경우도 있습니다. 즉, **해설지만으로 충분한 공부**가 가능하도록 만들었습니다.

27번 풀이 방향

$xy+x+y+k=0$ 은 x 와 y 를 서로 바꾸어도 그대로인 **대칭식**이다. 따라서 점 $A(a, b)$, 점 $B(b, a)$ 에서 두 점의 접선도 $y=x$ 에 대해 대칭이다. 즉 접선의 교점은 $y=x$ 위에 있다.

또한, 이 모의고사는 기본적으로 기출 베이스 모의고사이기 때문에 중요한 문제에 대해서는 유사 기출까지 수록하여 **내가 아직 공부하지 않은 중요한 기출**이 있는지 확인할 수 있습니다.

데일리 삼정의 문제들은 **중요하거나 트렌드에 맞는 기출 위주로 선별**되기 때문에, 만약 틀렸다면 한 문제도 그냥 넘어가서는 안 됩니다.

유사 기출 풀어보기 1

모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

모든 자연수 n 에 대하여 $3a_n^2 + 2na_n - 8n^2 = 0$ 이다.

- ① 540 ② 550 ③ 560 ④ 570 ⑤ 580

[2025학년도 10월 12번]

정답은 맨 윗페이지에

자, 그러면 지금부터 저희와 함께 데일리 삼정으로 수능을 정복하러 가봅시다!

***본 자료는 학교, 학원, 과외 또는 학습, 교습 용도로의 교육적 사용을 허용하며, 재판매 및 상업적 사용을 불허합니다.**

5회 빠른 정답

공통

1	③	2	④	3	①	4	③	5	②
6	②	7	④	8	④	9	④	10	③
11	③	12	②	13	⑤				

확률과 통계

23	④	24	④	25	⑤	26	②	27	③
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

미적분

23	④	24	③	25	⑤	26	③	27	③
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

1

$$\frac{\sqrt[3]{2^7}}{\sqrt[6]{4}} = \frac{(2^7)^{\frac{1}{3}}}{(2^2)^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{7}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^2 = 4$$

 ③

2

정적분과 미분의 관계에 의해

$$\int_{-2}^2 f'(x) dx = f(2) - f(-2)$$

이므로 $f(x) = x^2 + 2x$ 에 대입하여 각각의 값을 구하자.

$$f(2) = 2^2 + 2 \times 2 = 8$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) = 0$$

따라서 $\int_{-2}^2 f'(x) dx = 8 - 0 = 8$ 이다.

 ④

3

$\pi < \theta < 2\pi$ 이므로 θ 는 제3사분면 또는 제4사분면에 있다. 그런데 $\tan \theta < 0$ 이므로 $\sin \theta < 0$, $\cos \theta > 0$ 임을 알 수 있다.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{3}{4}$$

이므로 세 변의 길이가 3, 4, 5인 직각삼각형을 이용하면

$$\sin \theta = -\frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}$$

이다. 따라서 $2\sin \theta + \cos \theta = 2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{4}{5} = -\frac{2}{5}$ 이다.

 ①

4

먼저 $x=1$ 의 왼쪽에서 $|f(x)|$ 가 가까워지는 값을 구하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow 1^-} |2x-4| = |2 \times 1 - 4| = 2$$

$x=1$ 의 오른쪽에서 $|f(x)|$ 가 가까워지는 값은 $|f(1)|$ 의 값과 같으므로

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} |f(x)| = |f(1)| = |1+a|$$

연속이라면 두 값이 같아야 하므로

$$|1+a|=2 \Rightarrow 1+a=2 \text{ 또는 } 1+a=-2 \Rightarrow a=1 \text{ 또는 } a=-3$$

따라서 모든 a 의 값의 곱은 $1 \times (-3) = -3$ 이다.



5

로그가 모두 정의되어야 하므로 진수 조건인

$$x-1 > 0, x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

이제 로그의 성질을 이용해 두 로그를 하나로 합쳐보자.

$$\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = \log_2((x-1)(x-3))$$

이 값이 3 이하이므로

$$\begin{aligned} \log_2((x-1)(x-3)) \leq 3 &\Rightarrow (x-1)(x-3) \leq 8 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 \leq 8 \\ &\Rightarrow x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ &\Rightarrow (x-5)(x+1) \leq 0 \end{aligned}$$

따라서 $-1 \leq x \leq 5$ 가 되어야 하는데 처음에 구한 진수 조건인 $x > 3$ 을 함께 생각하면

$$3 < x \leq 5 \Rightarrow (\text{가능한 정수 } x): 4, 5$$

따라서 가능한 정수 x 의 개수는 2이다.



6

분모가 0으로 수렴하므로 분자도 0으로 수렴해야 한다. 함수 $f(x)$ 가 이차함수이므로 극한값은 함숫값과 같다. 즉, $f(1)=2$ 이다.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 3x + a \Rightarrow f(1) = 1^2 - 3 \times 1 + a = a - 2 \\ &\Rightarrow a - 2 = 2 \\ &\Rightarrow a = 4 \end{aligned}$$

따라서 $f(x) = x^2 - 3x + 4$ 이므로 $f(x) - 2$ 를 대입하여 극한을 계산하자.

$$f(x) = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow f(x) - 2 = x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$

이제 극한을 계산할 수 있다.

$$b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$$

$$\therefore a+b = 4+(-1) = 3$$

 ②

7

수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이므로 등차중항을 먼저 생각하자. a_2 와 a_8 의 등차중항은 a_5 이므로

$$a_2 + a_8 = 2a_5 \Rightarrow 2a_5 = 20 \Rightarrow a_5 = 10$$

a_4 와 a_6 의 등차중항은 a_5 이므로

$$a_4 + a_6 = 2a_5 = 20$$

임을 알 수 있다. 이를 두 번째 조건에 대입하자.

$$(a_5 - a_3) \times 20 = 40 \Rightarrow a_5 - a_3 = 2$$

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 $2d=2$ 이므로 공차 d 는 1임을 알 수 있다. $a_5=10$ 이므로

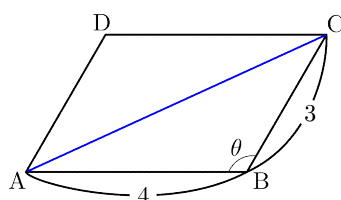
$$a_2 = a_5 - 3d = 10 - 3 \times 1 = 7$$

 ④

8

8번 풀이 방향

평행사변형의 대각선 $\overline{AC}$ 가 포함된 삼각형을 먼저 생각해 보자. 평행사변형의 이웃한 두 각의 합이 π 인 성질을 잊으면 안 돼!



$\angle ABC = \theta$ 라 하면 선분 AC의 길이는 삼각형 ABC에서 코사인법칙을 이용하여 구할 수 있다.

평행사변형의 이웃한 두 각의 합은 π 이므로

$$\theta = \pi - \angle BAD \Rightarrow \cos \theta = \cos(\pi - \angle BAD) = -\cos(\angle BAD)$$

문제에서 $\cos(\angle BAD) = \frac{1}{3}$ 이므로 $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ 이다. 이제 삼각형 ABC에서 코사인법칙을 이용하자.

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \cos \theta \\ &= 4^2 + 3^2 - 2 \times 4 \times 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= 16 + 9 + 8 \\ &= 33 \end{aligned}$$

길이는 양수이므로 $\overline{AC} = \sqrt{33}$ 이다.

9

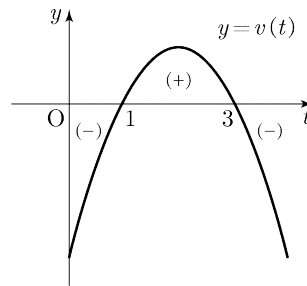
9번 풀이 방향

운동 방향이 바뀌는 시각은 속도의 방향이 바뀌는 시각이라는 것을 기억하자!

운동 방향을 바꾸는 시각을 찾기 위해 속도가 0이 될 때의 t 의 값을 구하자.

$$\begin{aligned} v(t) = -3t^2 + 12t - 9 &\Rightarrow -3t^2 + 12t - 9 = 0 \Rightarrow -3(t-1)(t-3) = 0 \\ &\Rightarrow t=1 \text{ 또는 } t=3 \end{aligned}$$

이때 속도가 0이라 해서 운동 방향이 바뀌는 것은 아니다. 실제로 $t=1$ 또는 $t=3$ 에서 $v(t)$ 의 부호가 바뀌는지 살펴보아야 한다.



위 그림과 같이 $t=1$ 과 $t=3$ 에서 $v(t)$ 의 부호가 바뀌므로 실제로 운동 방향이 바뀌는 시각과 같다. 따라서 점 P가 출발 후 처음으로 운동 방향을 바꾸는 시각은 $t=1$ 이다.

이제 $t=0$ 부터 $t=1$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하자. 이 구간에서는 속도가 계속 음수이므로 위치의 변화량이 음수가 나오게 되는 것을 생각해야 한다.

$$\begin{aligned} (\text{움직인 거리}) &= \left| \int_0^1 v(t) dt \right| = - \int_0^1 (-3t^2 + 12t - 9) dt = - \left[-t^3 + 6t^2 - 9t \right]_0^1 \\ &= -(-1 + 6 - 9) \\ &= 4 \end{aligned}$$

10

10번 풀이 방향

$f(x+24)=f(x)$ 라 해서 함수 $f(x)$ 의 주기가 24인 것이 아니야. 이 조건에서
함수 $f(x)$ 의 주기는 24의 약수가 모두 가능하다
라는 것을 알아챌어야 해!

함수 $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{n}x\right)$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{n}}=2n$ 이다. 문제에서 $f(x+24)=f(x)$ 인데,

‘함수 $f(x)$ 의 주기가 24이구나!’ $\Rightarrow$ ‘그런데 왜 n 이 여러 개라는 거지?’

라고 생각하는 학생이 있을 수 있다. 가령 함수 $f(x)$ 의 주기가 1이라 가정하면,

모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1)=f(x)$

가 성립할 것이다. 이때 주기가 1인 함수 $f(x)$ 가 24번 반복되어도 똑같이 $f(x)$ 와 같으므로

$$f(x+1 \times 24)=f(x) \Rightarrow f(x+24)=f(x)$$

을 만족시킨다. 즉, 함수 $f(x)$ 의 주기가 24가 아님에도 문제에서 주어진 조건이 성립하게 됨을 알 수 있다.

따라서 함수 $f(x)$ 의 주기가 p 일 때 m 번 반복한 결과가 24가 되는 순서쌍 (p, m) 을 생각해야 한다. 이때 함수 $f(x)$ 의 주기가 $2n$ 이므로

$$p \times m = 24 \Rightarrow 2n \times m = 24 \Rightarrow n \times m = 12$$

이어야 한다. 이때 m 번 반복해야 하므로 m 은 자연수임을 알 수 있다.

$n \times m = 12$ 를 만족시키는 모든 자연수 n, m 의 순서쌍 (n, m) 은 각각 12의 약수이어야 하므로

$$(1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2), (12, 1)$$

이다. 따라서 모든 자연수 n 의 값의 합은 $1+2+3+4+6+12=28$ 이다.

11

11번 풀이 방향

$x \rightarrow 2+$ 일 때 $4-x$ 는 $x \rightarrow 2-$ 가 된다는 것이 중요해. 따라서 $f(x)$ 와 $f(4-x)$ 에는 다른 구간의 식을 사용해야 하는 것을 기억하자!

극한의 기준점을 $x \rightarrow 2+$ 에서 $0+$ 의 극한으로 생각하기 위해 $h = x - 2$ 라 하면 $x \rightarrow 2+$ 일 때 $h \rightarrow 0+$ 이므로 분자의 식인 $f(x) - f(4-x)$ 에서

$$x = 2 + h \Rightarrow 4 - x = 2 - h \Rightarrow (\text{분자의 식}) = f(2+h) - f(2-h)$$

이때 $h \rightarrow 0+$ 이므로 $h > 0$ 임을 생각하면

$$2 + h > 2, \quad 2 - h < 2$$

이다. 따라서 $f(2+h)$ 에는 $x \geq 2$ 일 때의 식을, $f(2-h)$ 에는 $x < 2$ 일 때의 식을 대입해야 한다.

$$\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{f(x) - f(4-x)}{x-2} = \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$$

분모의 식이 0으로 수렴하므로 분자의 식도 0으로 수렴해야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0+} f(2+h) &= \lim_{h \rightarrow 0+} f(2-h) \Rightarrow x^2 + ax + 3 \Big|_{x=2} = bx - 1 \Big|_{x=2} \\ &\Rightarrow 4 + 2a + 3 = 2b - 1 \\ &\Rightarrow b = a + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{(f(2+h) - f(2)) - (f(2-h) - f(2))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0+} \left(\frac{f(2+h) - f(2)}{h} - \frac{f(2-h) - f(2)}{h} \right) \end{aligned}$$

두 식의 극한을 따로 살펴보면

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} &= (\text{함수 } f(x) \text{의 } x=2 \text{에서의 우미분계수}) \\ \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(2-h) - f(2)}{h} &= (-1) \times (\text{함수 } f(x) \text{의 } x=2 \text{에서의 좌미분계수}) \end{aligned}$$

함수 $f(x)$ 는 $x \geq 2$ 에서와 $x < 2$ 에서 모두 다항식이므로 각각의 식은 미분가능한 함수이다. 따라서 각각의 식을 미분하여 $x=2$ 를 대입하면 우미분계수와 좌미분계수를 구할 수 있다.

각각의 식을 미분하여 $x=2$ 를 대입한 값을 구하자.

$$\begin{aligned}
 & \text{(함수 } f(x) \text{ 의 } x=2 \text{ 에서의 우미분계수)} \\
 &= \text{(함수 } y=bx-1 \text{ 의 } x=2 \text{ 에서의 미분계수)} \\
 &= (bx-1)' \Big|_{x=2} \\
 &= b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(함수 } f(x) \text{ 의 } x=2 \text{ 에서의 좌미분계수)} \\
 &= \text{(함수 } y=x^2+ax+3 \text{ 의 } x=2 \text{ 에서의 미분계수)} \\
 &= (x^2+ax+3)' \Big|_{x=2} \\
 &= (2x+a) \Big|_{x=2} \\
 &= a+4
 \end{aligned}$$

문제의 극한값은

$$(\text{우미분계수}) - (-1) \times (\text{좌미분계수}) = (\text{우미분계수}) + (\text{좌미분계수})$$

이고, 이 극한값이 6 임을 이용하자.

$$(\text{문제에서의 극한값}) = b + (a+4) \Rightarrow b + a + 4 = 6 \Rightarrow a + b = 2$$

이제 $b = a+4$ 와 연립하면 a, b 의 값을 구할 수 있다.

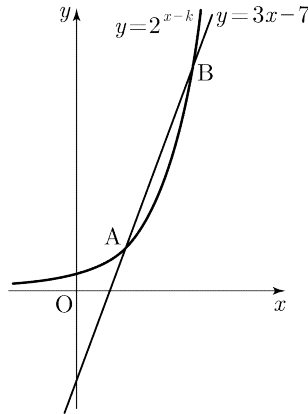
$$b = a+4, a+b=2 \Rightarrow a+(a+4)=2 \Rightarrow a=-1, b=3$$

$$\therefore a \times b = (-1) \times 3 = -3$$

12

12번 풀이 방향

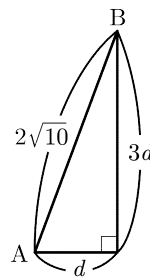
두 점 A, B가 기울기가 3인 직선 위에 있다는 특징이 중요해. 이 특징과 $\overline{AB}=2\sqrt{10}$ 임을 함께 이용하면 두 점 A, B의 x 좌표와 y 좌표의 차를 모두 구할 수 있어!



그림에서 두 점 A, B는 모두 직선 $y=3x-7$ 위에 있다. 편의상 그림과 같이 점 A의 x 좌표가 점 B의 x 좌표보다 작다고 하자. 직선의 기울기가 3이므로

두 점의 x 좌표의 차를 d 라 하면 두 점의 y 좌표의 차는 $3d$

임을 알 수 있다. 선분 AB의 길이가 $2\sqrt{10}$ 이므로



위 그림처럼 빗변인 $\overline{AB}$ 의 길이가 $2\sqrt{10}$ 인 직각삼각형이 있다고 생각해 보자. x 좌표의 차가 d 이고 y 좌표의 차가 $3d$ 이므로 피타고라스 정리를 이용하면

$$\sqrt{d^2 + (3d)^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{10d^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow d = 2 \quad (\because d \text{는 양수})$$

따라서 두 점 A, B의 x 좌표의 차는 2이고 y 좌표의 차는 6임을 알 수 있다.

점 B의 x 좌표가 점 A의 x 좌표보다 2가 크므로

$$(\text{점 A의 } x\text{좌표}) = t, (\text{점 B의 } x\text{좌표}) = t+2$$

라 놓을 수 있다. 이 두 점은 직선 $y=3x-7$ 위에 있으므로

$$(\text{점 A의 좌표}) : A(t, 3t-7)$$

$$(\text{점 B의 좌표}) : B(t+2, 3t-1)$$

이 두 점이 모두 지수함수 $y=2^{x-k}$ 의 그래프 위에 있으므로

$$(\text{점 A}) : 2^{t-k} = 3t-7 \dots \textcircled{A}$$

$$(\text{점 B}) : 2^{t+2-k} = 3t-1 \dots \textcircled{B}$$

위 두 식을 비교하면 지수가 2만큼 커졌으므로 함숫값은 2^2 배가 된다. 따라서
 $\textcircled{A}$ 에 4배를 하면 $\textcircled{B}$ 와 같아야 한다.

$$\textcircled{A} \times 4 = \textcircled{B} \Rightarrow 4(3t-7) = 3t-1 \Rightarrow t=3$$

이제 $t=3$ 을 식 $2^{t-k} = 3t-7$ 에 대입하면 k 의 값을 구할 수 있다.

$$2^{3-k} = 3 \times 3 - 7 = 2 \Rightarrow 3-k=1 \Rightarrow k=2$$

답 ②

빗변 길이를 통한 좌표 차 해석

유사 기출 풀어보기 1



- 2022학년도 수능 9번

정답은 맨 뒷페이지에

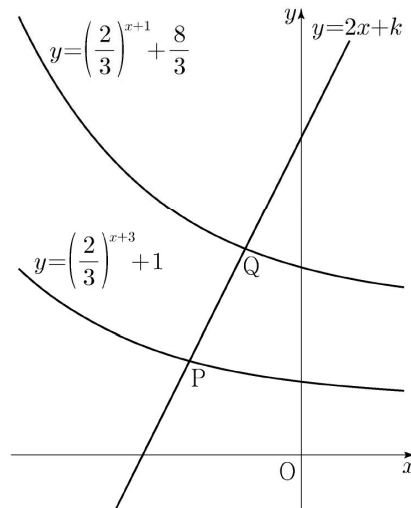
해설 QR (유튜브)

9. 직선 $y = 2x + k$ 가 두 함수

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1, \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



13

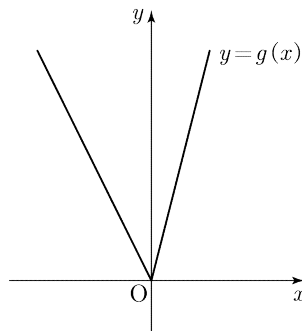
13번 풀이 방향

$x=0$ 을 기준으로 $g(x)$ 를 두 직선으로 나누어 살펴보자. (가) 조건에서 $f(x) \geq g(x)$ 인데 두 그래프가 만난다는 것은 접한다는 뜻인 걸 알아챘어야 해!

함수 $g(x)$ 는 절댓값이 포함된 함수이므로 $x=0$ 을 기준으로 나누어 살펴보면

$$g(x) = \begin{cases} -4x & (x < 0) \\ 8x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 즉, 함수 $g(x)$ 의 그래프는 원점에서 꺾이는 두 직선으로 이루어져 있다.



(가) 조건에 의해 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq g(x)$

⇒ 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 포물선 $y=f(x)$ 를 뚫고 지나갈 수 없음

⇒ 직선이 포물선과 만날 때 접해야 함

(나) 조건에서 만나는 점의 개수가 2이므로 접점도 2개임을 알 수 있다. 이때 포물선과 직선이 서로 접할 때에는 접점이 하나만 생기게 되므로 ¹⁾

접점의 개수가 2

⇒ 접선을 만드는 직선의 개수가 2

⇒ 함수 $y=g(x)$ 의 그래프의 $x < 0$ 과 $x > 0$ 에서 각각 접점이 1개 ²⁾

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는

직선 $y=-4x$ 와 $x < 0$ 에서 접하면서 직선 $y=8x$ 와 $x > 0$ 에서 접함

을 알 수 있다. $x < 0$ 과 $x > 0$ 에 있는 접점의 x 좌표를 각각 a , b 라 하자.

$x < 0$ 에서 $g(x) = -4x$ 이고 두 그래프가 $x=a$ 에서 접하므로 방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 이 $x=a$ 를 중근으로 가진다. 따라서

$$f(x) - (-4x) = k(x-a)^2$$

1)

이차함수와 직선이 서로 접할 때는 중근을 가지므로

(이차식) - (직선) = $p(x-q)^2$ 의 꼴로 나타나게 된다. 즉, 접점은 $x=q$ 에서 하나만 생긴다.

2)

$x=0$ 에서는 접점이 생길 수 없다. 원점에서 두 그래프가 만나면 원점의 왼쪽에서 $f(x) \geq -4x$ 를 유지해야 하므로 $f'(0) \leq -4$ 이다.

원점의 오른쪽에서 $f(x) \geq 8x$ 를 유지하기 위해서는 $f'(0) \geq 8$ 이어야 한다. 즉, 두 조건이 동시에 성립할 수 없다.

인테, 함수 $f(x)-(-4x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $k=1$ 이다.

$$f(x)-(-4x)=(x-a)^2 \Rightarrow f(x)=(x-a)^2-4x$$

이다. 마찬가지로 $x > 0$ 에서는 $g(x)=8x$ 이고 두 그래프가 $x=b$ 에서 접한다.

$$f(x)-8x=(x-b)^2 \Rightarrow f(x)=(x-b)^2+8x$$

두 식을 전개하여 계수를 비교해 보자.

$$f(x)=(x-a)^2-4x=x^2-(2a+4)x+a^2$$

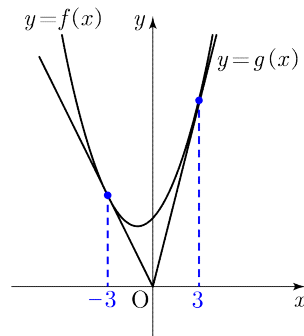
$$f(x)=(x-b)^2+8x=x^2-(2b-8)x+b^2$$

$$\Rightarrow 2a+4=2b-8, a^2=b^2$$

$a^2=b^2$ 에서 $a < 0$ 이고 $b > 0$ 이므로 $a=-b$ 이다. 이를 $2a+4=2b-8$ 에 대입하면

$$2a+4=2b-8 \Rightarrow -2b+4=2b-8 \Rightarrow b=3, a=-3$$

따라서 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 는 $x=-3$, $x=3$ 에서 접하므로



넓이는 위에 있는 $f(x)$ 에서 아래에 있는 $g(x)$ 를 빼서 적분하면 된다. 적분해야 하는 구간은 $-3 \leq x \leq 3$ 인데, $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 식이 바뀌므로 적분구간도 $x=0$ 을 기준으로 나누면

$$-3 \leq x \leq 0 \text{ 일 때: } f(x)-g(x)=f(x)+4x=(x+3)^2$$

$$\Rightarrow (-3 \leq x \leq 0 \text{ 일 때의 넓이}) = \int_{-3}^0 (x+3)^2 dx = \left[\frac{(x+3)^3}{3} \right]_{-3}^0 = 9$$

$$0 \leq x \leq 3 \text{ 일 때: } f(x)-g(x)=f(x)-8x=(x-3)^2$$

$$\Rightarrow (0 \leq x \leq 3 \text{ 일 때의 넓이}) = \int_0^3 (x-3)^2 dx = \left[\frac{(x-3)^3}{3} \right]_0^3 = 9$$

따라서 구하는 넓이는 $9+9=18$ 이다.

절댓값 직선과 접하는 곡선

유사 기출 풀어보기 2



- 2023학년도 9월 20번

정답은 맨 뒷페이지에

해설 QR (유튜브)

20. 상수 $k(k < 0)$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때,
두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자.
 $30 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

확률과 통계 23

x^2 의 항은 $2x$ 를 2번 선택하고 1을 3번 선택하여 나오는 항이다. 즉, 계수는 ${}_5C_2 \times 2^2 \times 1^3 = 10 \times 4 = 40$

 ④

확률과 통계 24

확률변수 X 가 이항분포 $B(10, p)$ 를 따르므로 $E(X) = 10p$ 임을 알 수 있다.
기댓값의 성질을 이용하면 $3X - 2$ 의 기댓값은

$$E(3X - 2) = 3E(X) - 2 = 3 \times 10p - 2$$

이 값이 문제에서 10이라 주어져 있으므로

$$30p - 2 = 10 \Rightarrow p = \frac{2}{5}$$

 ④

확률과 통계 25

전체 경우의 수는 9명의 학생 중 4명을 선택하는 경우의 수이므로 ${}_9C_4$ 이다.

선택된 4명의 학생이 정확히 두 동아리에 속하는 경우의 수를 구하자. 세 동아리 중 선택될 두 개의 동아리를 고르는 경우의 수는 ${}_3C_2$ 이다.

동아리 하나에 속한 학생은 모두 3명씩이므로 동아리 2개를 선택하면 전체 학생은 $3 \times 2 = 6$ 명이다. 따라서 이 6명의 학생 중 4명을 선택하는 경우의 수는 ${}_6C_4$ 이다.

이때, 동아리 하나에서 학생 4명을 모두 선택하는 경우의 수가 있다면 제외해 주어야 하는데, 한 동아리에는 학생이 3명뿐이므로 4명의 학생을 선택하게 되면 반드시 두 동아리에서 모두 학생이 선택된다.

따라서 제외하는 경우의 수는 없고, 조건을 만족시키는 경우의 수는 ${}_3C_2 \times {}_6C_4$ 이다. 즉, 구하는 확률은

$$\frac{{}_3C_2 \times {}_6C_4}{{}_9C_4} = \frac{3 \times 15}{126} = \frac{5}{14}$$

확률과 통계 26

모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

표본의 크기가 100 이므로 $n=100$ 이다. 신뢰구간을 다시 쓰면

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{10} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{10}$$

이 신뢰구간이 문제에서 $38.04 \leq m \leq \bar{x} + 1.96$ 이므로

$$\bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{10} = \bar{x} + 1.96 \Rightarrow 1.96 \times \frac{\sigma}{10} = 1.96 \Rightarrow \sigma = 10$$

이제 $\bar{x}$ 의 값을 구할 수 있다.

$$\bar{x} - 1.96 = 38.04 \Rightarrow \bar{x} = 40$$

$$\therefore \bar{x} + \sigma = 40 + 10 = 50$$

확률과 통계 27

27번 풀이 방향

네 문자를 한꺼번에 정하려 하면 경우가 복잡해져. $|c| < d$ 에서 d 의 가능한 값을 찾은 후 d, c, b, a 의 순서로 구해 보자.

먼저 $|c| < d$ 이므로 d 는 반드시 양수이다. 따라서 $d=1, 2, 3$ 일 때만 확인하면 된다. 이때 (나) 조건의 $bc > 0$ 은 b 와 c 모두 0이 아니고 같은 부호라는 의미이다.

(i) $d=1$ 인 경우

$0 < |c| < 1$ 을 만족시키는 정수 c 는 존재하지 않는다. 따라서 경우의 수는 0이다.

(ii) $d=2$ 인 경우

$0 < |c| < 2$ 를 만족시키는 정수 c 는 -1 또는 1 이다. b 는 c 와 같은 부호이어야 하므로 $0 < |b| \leq |c|$ 에서 $|b|=1$ 만 가능하다. 따라서 $b=c$ 가 되어야 한다.

또한, $|a| \leq 1$ 이므로 $a=-1, 0, 1$ 의 3가지가 있다. 따라서 (ii)에서의 경우의 수는 $2 \times 1 \times 3 = 6$ 이다.

(iii) $d=3$ 인 경우

$0 < |c| < 3$ 을 만족시키므로 $|c|=1$ 또는 $|c|=2$ 이다. 이때 $|c|=1$ 이면 (ii)에서와 동일하게 경우의 수가 6이므로 $|c|=2$ 일 때를 살펴보자.

$|c|=2$ 이면 가능한 정수 c 는 -2 또는 2 이다. $0 < |b| \leq |c|=2$ 에서 $|b|=1$ 또는 $|b|=2$ 이다. 다만 b 와 c 의 부호가 같으므로 정수 c 의 값이 정해지면 b 의 부호도 정해짐을 생각해야 한다.

$|b|=1$ 이면 (ii)에서와 동일하게 a 를 정하는 경우의 수는 3임을 알 수 있다. 그리고 $|b|=2$ 이면 $|a| \leq 2$ 이므로 가능한 정수 a 의 값은 -2 부터 2 까지의 5가지가 있다. 즉, 이때의 경우의 수는 $3+5=8$ 이다.

따라서 (iii)에서의 경우의 수는 $6+2 \times 8=22$ 이다.

(i)에서부터 (iii)까지의 구하는 모든 경우의 수는 $0+6+22=28$ 이다.

정수와 부등식, 케이스 분류

유사 기출 풀어보기 3



- 2024학년도 9월 확률과 통계 30번

정답은 맨 뒷페이지에

해설 QR (유튜브)

30. 다음 조건을 만족시키는 13 이하의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \leq b \leq c \leq d$

(나) $a \times d$ 는 홀수이고, $b + c$ 는 짝수이다.

미적분 23

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 2\sin x \cos x \Rightarrow f'(x) = 2\cos^2 x - 2\sin^2 x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
 &\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \times \frac{3}{4} - 2 \times \frac{1}{4} \\
 &\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1
 \end{aligned}$$

 ④

미적분 24

$$\int_0^{\ln 2} e^{2x} dx = \left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^{\ln 2} = \frac{1}{2} e^{2\ln 2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 4 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

 ③

미적분 25

구하는 극한의 분모, 분자에 $(n+1)$ 을 나누어 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+1}$ 의 꼴이 나오도록 해 보자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(a_n)^2 + 9n^2}}{a_n + 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\sqrt{(a_n)^2 + 9n^2}}{n+1}}{\frac{a_n}{n+1} + \frac{2n}{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{(a_n)^2}{(n+1)^2} + \frac{9n^2}{(n+1)^2}}}{\frac{a_n}{n+1} + \frac{2n}{n+1}}$$

극한을 구할 때 최고차항의 계수의 비가 극한값임을 생각하여 극한값을 구하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+1} = 4 \text{ 이므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n)^2}{(n+1)^2} = 4^2 = 16 \text{ 이다.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(a_n)^2 + 9n^2}}{a_n + 2n} = \frac{\sqrt{16+9}}{4+2} = \frac{\sqrt{25}}{6} = \frac{5}{6}$$

 ⑤

미적분 26

먼저 함수 $f(x)$ 를 미분하자.

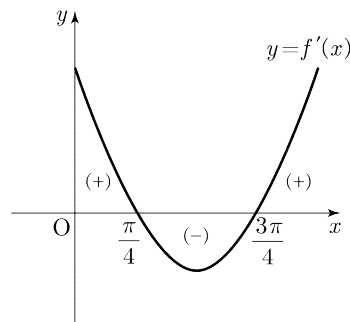
$$f(x) = x + \sqrt{2} \cos x \Rightarrow f'(x) = 1 - \sqrt{2} \sin x$$

극값의 후보를 찾기 위해 $f'(x) = 0$ 인 x 의 값을 구해 보자.

$$1 - \sqrt{2} \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$0 < x < \pi$ 에서 이를 만족시키는 x 의 값은 $x = \frac{\pi}{4}$ 와 $x = \frac{3\pi}{4}$ 이다.

구해야 하는 극솟값이므로 도함수 $f'(x)$ 의 부호가 $(-) \Rightarrow (+)$ 로 바뀔 때의 x 의 값을 찾아보자.



그림과 같이 도함수 $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌는 지점은 $x = \frac{3\pi}{4}$ 일 때이다. 즉, 극솟값은 $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ 임을 알 수 있다.

$$(\text{함수 } f(x) \text{ 의 극솟값}) = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{4} + \sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{4} - 1$$

미적분 27

풀이 방향

접선의 기울기가 t 로 주어진 직선이므로 접점의 x 좌표를 t 에 대한 식으로 쓸 수 있어. 이후 접선의 x 절편과 y 절편까지 t 에 대한 식으로 나타낼 수 있으니 $S(t)$ 를 쉽게 구할 수 있을 거야!

접선의 기울기를 이용하려면 접점의 x 좌표를 알아야 한다. 접점의 x 좌표를 α 라 하자. 함수 $y=e^x$ 의 도함수가 t 가 되는 α 를 구하자.

$$y=e^x \Rightarrow y'=e^x \Rightarrow e^\alpha=t \Rightarrow \alpha=\ln t$$

즉, 접점 A의 좌표는 $A(\ln t, t)$ 임을 알 수 있고 접선의 방정식은

$$y=t(x-\ln t)+t$$

이 직선의 x 절편과 y 절편을 구해 보자.

$$(x \text{ 절편}): t(x-\ln t)+t=0 \Rightarrow x=\ln t-1$$

$$(y \text{ 절편})=t(-\ln t)+t=t(1-\ln t)$$

점 B는 직선과 x 축이 만나는 점이고 점 C는 직선과 y 축이 만나는 점이므로

$$(\text{점 B의 좌표}): B(\ln t-1, 0)$$

$$(\text{점 C의 좌표}): C(0, t(1-\ln t))$$

삼각형 OBC의 넓이 $S(t)$ 는 $S(t)=\frac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{OC}$ 이므로

$$\overline{OB}=1-\ln t, \overline{OC}=t(1-\ln t) \Rightarrow S(t)=\frac{1}{2} \times (1-\ln t) \times t(1-\ln t)$$

$$\Rightarrow S(t)=\frac{t}{2}(1-\ln t)^2$$

이제 $S(t)$ 를 미분하여 $S'(t)$ 를 구하자.

$$S(t)=\frac{t}{2}(1-\ln t)^2 \Rightarrow S'(t)=\frac{1}{2}(1-\ln t)^2+\frac{1}{2}t \times 2(1-\ln t) \times \left(-\frac{1}{t}\right)$$

$$\Rightarrow S'(t)=\frac{1}{2}(1-\ln t)^2-(1-\ln t)$$

$S'(k)=-\frac{3}{8}$ 인 k 의 값은

$$\frac{1}{2}(1-\ln k)^2-(1-\ln k)=-\frac{3}{8} \Rightarrow \frac{1}{2}-\ln k+\frac{1}{2}(\ln k)^2-1+\ln k=-\frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\ln k)^2-\frac{1}{2}=-\frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow (\ln k)^2=\frac{1}{4}$$

$1 < k < e$ 이므로 $0 < \ln k < 1$ 이다. 따라서 $\ln k = \frac{1}{2}$ 이다.

구하는 값인 $\frac{S(k)}{k}$ 를 구할 때 k 를 직접 구하여 대입해도 되지만 $S(t)$ 의 식에 t 가 곱해져 있으므로 약분하여 $\ln k = \frac{1}{2}$ 을 바로 대입할 수 있다.

$$S(t) = \frac{t}{2}(1 - \ln t)^2 \Rightarrow \frac{S(t)}{t} = \frac{1}{2}(1 - \ln t)^2 \Rightarrow \frac{S(k)}{k} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

접선의 기울기가 t 가 되는 점

유사 기출 풀어보기 4



- 2020학년도 6월 미적분 21번

정답은 맨 뒷페이지에

해설 QR (유튜브)

21. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 와 양의 실수 t 에 대하여 기울기가 t 인 직선이 곡선 $y=f(x)$ 에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하자. 원점에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 a 일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $a \times g'(a)$ 의 값은? [4점]

① $-\frac{\sqrt{e}}{3}$

② $-\frac{\sqrt{e}}{4}$

③ $-\frac{\sqrt{e}}{5}$

④ $-\frac{\sqrt{e}}{6}$

⑤ $-\frac{\sqrt{e}}{7}$

해설 편

2027학년도 대학수학능력시험 대비 Daily 삼정

유사 기출 풀어보기 정답

1. ㉔
2. 80
3. 336
4. ㉒