

Daily 삼정 6회

Daily 삼정 사용설명서

Daily 삼정은, 3-5등급 학생들을 위한

루틴 학습용 하프모의고사

입니다.

1. 모의고사의 의의

이 모의고사의 가장 큰 장점은, 하반기에 개념이 군데군데 빠져 있는 4-5등급 학생들이 전범위의 쉬운 하프모의고사를 매일 연습하며 본인의 약점을 채울 수 있다는 것입니다.

하위권 학생들이 하반기에 개념강의를 처음부터 돌리는 경우가 많은데, 그러다 보면 완강률도 낮고 4-5등급 학생들은 뒷부분 개념을 완벽히 채우지 못하고 수능을 보러 가는 경우도 있습니다.

또한 2-3등급 학생이라도 잘 출제되지 않는 지엽적인 개념(통계적 추정, 속도·가속도, 곡선의 길이 등등)이 나오면 수능장에서 3점을 틀리는 경우도 있습니다.

이 모의고사를 주 3회 풀며, 전범위에 대한 감을 계속 유지하시는 것을 추천드립니다.

기출 원본이 아닌 평가원식 변형문제가기 때문에, 실제 수능을 연습하는 데에도 큰 도움을 줄 겁니다.

실제로 여기에 있는 번호대만 모두 맞추어도 72점, 즉 높은 4등급 - 낮은 3등급 실력을 안정적으로 확보할 수 있습니다.
(16-20은 없으나 요즘 쉬우므로 생략하겠습니다.)

⋮

또한, 2-3등급 학생들도 이 모의고사를 간간히 풀어주며 하루 중 공부에 집중이 안될 때 리프레쉬하는 용도로 쓰시면 좋습니다.

공통 12, 13과 선택 27번은 마냥 쉽지만은 않기 때문에, 적당한 긴장감과 도파민을 줄 수 있습니다.

2. 모의고사의 구성

모의고사는 1-13번, 23-27번으로 구성된 간단한 하프모의고사입니다.

모의고사를 풀며, 틀리거나 잘 모르는 문제가 나오면 **그날 즉시 그 부분을 본인이 듣는 인강(세젤쉬, 시발점, 파운데이션 등등)이나 독학서(평정, 한완수 등등)로 개념 보충하시는 것**을 추천드립니다.

아니면 과외 선생님이 해당 부분 개념을 속성으로 지도해주셔도 좋습니다.

전범위를 공부할 필요 없이, 모르는 것만 그날그날 채워나가고 Daily 삼정을 다 풀 때쯤은 3등급 정도 실력까지는 탄탄히 채워져 있을 겁니다.

3. 해설지의 구성

기본적으로 친절한 과외식 해설이 탑재되어 있으며, 일부 문제는 **까먹은 공식을 상기**시키거나

풀이 방향

분모에 n 과 k 가 같이 있으므로 정적분 꼴을 만들어야 한다. $\frac{1}{n}$ 을 dx , $\frac{k}{n}$ 를 x , 적분구간을 $\int_0^1$ 로 바꿔주면 된다.

학생들이 접근하기 어려웠을 만한 발상에 대한 힌트를 주는 경우도 있습니다. 즉, **해설지만으로 충분한 공부**가 가능하도록 만들었습니다.

27번 풀이 방향

$xy+x+y+k=0$ 은 x 와 y 를 서로 바꾸어도 그대로인 **대칭식**이다. 따라서 점 $A(a, b)$, 점 $B(b, a)$ 에서 두 점의 접선도 $y=x$ 에 대해 대칭이다. 즉 접선의 교점은 $y=x$ 위에 있다.

또한, 이 모의고사는 기본적으로 기출 베이스 모의고사이기 때문에 중요한 문제에 대해서는 유사 기출까지 수록하여 **내가 아직 공부하지 않은 중요한 기출**이 있는지 확인할 수 있습니다.

데일리 삼정의 문제들은 **중요하거나 트렌드에 맞는 기출 위주로 선별**되기 때문에, 만약 틀렸다면 한 문제도 그냥 넘어가서는 안 됩니다.

유사 기출 풀어보기 1

모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

모든 자연수 n 에 대하여 $3a_n^2 + 2na_n - 8n^2 = 0$ 이다.

- ① 540 ② 550 ③ 560 ④ 570 ⑤ 580

[2025학년도 10월 12번]

정답은 맨 윗페이지에

자, 그러면 지금부터 저희와 함께 데일리 삼정으로 수능을 정복하러 가봅시다!

*본 자료는 학교, 학원, 과외 또는 학습, 교습 용도로의 교육적 사용을 허용하며, 재판매 및 상업적 사용을 불허합니다.

6회 빠른 정답

공통

1	②	2	③	3	⑤	4	④	5	②
6	④	7	③	8	②	9	④	10	③
11	③	12	④	13	②				

확률과 통계

23	③	24	②	25	③	26	①	27	④
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

미적분

23	③	24	①	25	①	26	②	27	⑤
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

1

$$\log_9 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 9} = \frac{4}{2\log_2 3} = \frac{2}{\log_2 3} \text{ 이므로 } \log_9 16 \times \log_2 3 = \frac{2}{\log_2 3} \times \log_2 3 = 2$$

 ②

2

먼저 유리화하면

$$\sqrt{x^2 + 6x - 4} - x = \frac{(x^2 + 6x - 4) - x^2}{\sqrt{x^2 + 6x - 4} + x} = \frac{6x - 4}{\sqrt{x^2 + 6x - 4} + x}$$

분자와 분모를 x 로 나누면

$$\frac{6x - 4}{\sqrt{x^2 + 6x - 4} + x} = \frac{6 - \frac{4}{x}}{\sqrt{1 + \frac{6}{x} - \frac{4}{x^2}} + 1}$$

이제 극한을 구하자.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 - \frac{4}{x}}{\sqrt{1 + \frac{6}{x} - \frac{4}{x^2}} + 1} = \frac{6}{1 + 1} = 3$$

 ③

3

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하자. 모든 항이 양수이므로 $r > 0$ 이다.

$$a_4 = a_3 r, \quad a_5 = a_3 r^2$$

이므로

$$\begin{aligned} a_5 &= 2a_4 + 3a_3 \Rightarrow a_3 r^2 = 2a_3 r + 3a_3 \Rightarrow r^2 = 2r + 3 \quad (\because a_3 > 0) \\ &\Rightarrow (r - 3)(r + 1) = 0 \\ &\Rightarrow r = 3 \quad (\because r > 0) \end{aligned}$$

$$a_1 + a_2 = a_1 + a_1 r = a_1(1 + r) = 8 \Rightarrow 4a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$\therefore a_3 = a_1 r^2 = 2 \times 3^2 = 18$$

 ⑤

4

주어진 식에 $x=2$ 를 대입하면

$$\int_0^2 f(t) dt = 2^2 + 3 \times 2 = 10$$

이고 $x=1$ 을 대입하면

$$\int_0^1 f(t) dt = 1^2 + 3 \times 1 = 4$$

정적분의 성질에 따라

$$\int_1^2 f(t) dt = \int_0^2 f(t) dt - \int_0^1 f(t) dt \Rightarrow \int_1^2 f(t) dt = 10 - 4 = 6$$

 ④

5

먼저 운동 방향이 바뀌는 시각을 구하면 $v(t)=2t-4$ 에서 $2t-4=0$ 이므로 $t=2$ 이다.

점 P 는 원점에서부터 출발하였으므로 시각 $t=2$ 에서의 위치는 $t=0$ 에서부터 $t=2$ 까지의 위치의 변화량과 같다.

$$\begin{aligned} (\text{시각 } t=2 \text{ 에서의 점 P 의 위치}) &= \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (2t-4) dt \\ &= \left[t^2 - 4t \right]_0^2 \\ &= 4 - 8 \\ &= -4 \end{aligned}$$

 ②

6

로그함수의 진수가 0이 되는 값이 점근선이므로 $ax+b$ 에 -1 을 대입하면 0이 되어야 한다.

$$-a+b=0 \Rightarrow a=b$$

함수 $f(x)$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로 $f(1)=2$ 이다.

$$f(1)=\log_2(a+b)=2 \Rightarrow a+b=4$$

$a=b$ 이므로 $a=2$, $b=2$ 이고 $ab=4$ 이다.

7

$h \rightarrow 0$ 일 때 $g(2+h) \rightarrow g(2)$ 이다. 주어진 극한에서 분모는 0으로 수렴한다.
극한값이 3이므로 분자도 0으로 수렴해야 함을 알 수 있다. 즉, $g(2)=0$ 이다.

함수식에 $x=2$ 를 대입하면

$$g(2) = 2 \times 2^2 + (2-1)f(2) = 8 + f(2) \Rightarrow 8 + f(2) = 0 \Rightarrow f(2) = -8$$

이제 $g(2)=0$ 이므로 주어진 극한은

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2+h)-g(2)}{h} = g'(2)$$

이다. 따라서 $g'(2)=3$ 이다. 함수 $g(x)$ 를 미분해 보자.

$$g(x) = 2x^2 + (x-1)f(x) \Rightarrow g'(x) = 4x + f(x) + (x-1)f'(x)$$

이다. 여기에 $x=2$ 를 대입하면

$$g'(2) = 8 + f(2) + f'(2)$$

이고 $f(2)=-8$ 이므로

$$g'(2) = f'(2) \Rightarrow f'(2) = 3$$

8

방정식 $f(x)=0$ 의 두 실근을

$$\alpha = \tan \theta, \quad \beta = \frac{1}{\tan \theta}$$

라 하면

$$\alpha\beta = \tan \theta \times \frac{1}{\tan \theta} = 1$$

임을 알 수 있다. 이제 방정식 $f(x-2)=0$ 에서 $x-2$ 가 원래 방정식의 근이 되어야 한다. 따라서 이 방정식의 두 근은

$$x-2=\alpha, \quad x-2=\beta \Rightarrow \alpha+2, \quad \beta+2$$

이다. 두 근의 곱이 10 이므로

$$(\alpha+2)(\beta+2)=10 \Rightarrow \alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4=10$$

이고, $\alpha\beta=1$ 이므로 정리하면 $\alpha+\beta$ 의 값을 구할 수 있다.

$$1+2(\alpha+\beta)+4=10 \Rightarrow 2(\alpha+\beta)=5 \Rightarrow \alpha+\beta=\frac{5}{2}$$

이다. 즉,

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{5}{2}$$

이다.

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

이다. 따라서 구하는 값은

$$\frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{5}{2} \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{2}{5}$$

9

9번 풀이 방향

$g'(x)=f(x)$ 이니까 $f(x)$ 의 부호가 음수에서 양수로 바뀌는 지점이 $g(x)$ 가 극소를 갖는 곳일 거야!

함수 $g(x)$ 의 증가와 감소를 판단하려면 도함수 $g'(x)$ 의 부호를 확인해야 한다.

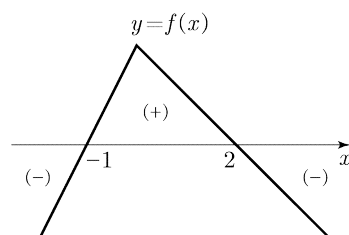
$$g'(x)=f(x)$$

이므로 함수 $f(x)$ 가 0이 되는 지점을 찾으면

$$(x < 0 \text{ 일 때}): 2x+2=0 \Rightarrow x=-1$$

$$(x \geq 0 \text{ 일 때}): 2-x=0 \Rightarrow x=2$$

극솟값을 구하려면 함수 $g(x)$ 가 극소를 갖는 지점을 찾아야 한다. 따라서 $f(x)$ 의 부호가 음수에서 양수로 바뀌는 지점을 찾아보자.



함수 $f(x)$ 의 부호가 음수에서 양수로 바뀌는 지점은 $x=-1$ 임을 알 수 있다. 즉, 극솟값은

$$g(-1) = \int_a^{-1} f(t)dt = - \int_{-1}^a f(t)dt$$

이다. 이때 a 는 양수이므로 적분구간 $[-1, a]$ 를 $t=0$ 에서 나누어 극솟값을 계산하자.

$$\begin{aligned} - \int_{-1}^a f(t)dt &= - \left(\int_{-1}^0 (2t+2)dt + \int_0^a (2-t)dt \right) \\ &= - \left(\left[t^2 + 2t \right]_{-1}^0 + \left[2t - \frac{1}{2}t^2 \right]_0^a \right) \\ &= - \left(1 + \left(2a - \frac{1}{2}a^2 \right) \right) \\ &= -1 - 2a + \frac{1}{2}a^2 \end{aligned}$$

문제에서 함수 $g(x)$ 의 극솟값이 -1 이므로 a 의 값을 구할 수 있다.

$$-1 - 2a + \frac{1}{2}a^2 = -1 \Rightarrow -2a + \frac{1}{2}a^2 = 0 \Rightarrow a(a-4) = 0$$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ 또는 } a = 4$$

a 는 양수이므로 a 의 값은 4이다.



10

10번 풀이 방향

문제에서 a_4 의 값이 주어져 있으니 a_4 를 기준으로 a_3 , a_2 , a_1 까지 거꾸로 추적해서 구하는 문제야. 이때 $a_2 < 10$ 은 경우를 줄이는 조건이겠지?

a_4 의 값이 5로 주어져 있으므로 a_3 이 나올 수 있는 값을 찾아보자.

$$(a_3 \text{이 짝수일 때}): a_4 = \frac{a_3}{2} \Rightarrow 5 = \frac{a_3}{2} \Rightarrow a_3 = 10$$

$$(a_3 \text{이 홀수일 때}): a_4 = a_3 + 3 \Rightarrow 5 = a_3 + 3 \Rightarrow a_3 = 2$$

a_3 이 홀수인 경우에는 $a_3 = 2$ 가 되어 짝수이므로 이 경우는 불가능하다. 따라서 $a_3 = 10$ 으로 확정된다. 같은 방식으로 a_2 의 값도 추적해 보자.

$$(a_2 \text{가 짝수일 때}): a_3 = \frac{a_2}{2} \Rightarrow 10 = \frac{a_2}{2} \Rightarrow a_2 = 20$$

$$(a_2 \text{가 홀수일 때}): a_3 = a_2 + 3 \Rightarrow 10 = a_2 + 3 \Rightarrow a_2 = 7$$

두 경우에서 구한 $a_2 = 20$ 은 짝수 조건을, $a_2 = 7$ 은 홀수 조건을 각각 만족시킨다. 다만 문제에서 $a_2 < 10$ 이라 하였으므로 $a_2 = 20$ 은 제외된다. 즉, $a_2 = 7$ 로 확정된다.

마지막으로 a_1 의 값까지 추적하면

$$(a_1 \text{이 짝수일 때}): a_2 = \frac{a_1}{2} \Rightarrow 7 = \frac{a_1}{2} \Rightarrow a_1 = 14$$

$$(a_1 \text{이 홀수일 때}): a_2 = a_1 + 3 \Rightarrow 7 = a_1 + 3 \Rightarrow a_1 = 4$$

a_3 을 정하였을 때와 마찬가지로 a_1 이 홀수라 가정했을 때 $a_1 = 4$ 가 되어 짝수이므로 이 경우는 불가능함을 알 수 있다. 따라서 구하는 a_1 의 값은 14이다.

11

11번 풀이 방향

두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 다루는 문제는 **교점**부터 구해야 하는 것을 잊으면 안 돼. 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 을 경계로 식이 달라지니까 $x \geq 0$ 일 때와 $x < 0$ 일 때 각각 교점을 구해야 할 거야!

구해야 하는 것이 둘러싸인 부분의 넓이이므로 교점부터 구하자. 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 을 기준으로 바뀌므로 곡선 $y=-x^2+2$ 와 만나는 교점을 각각 구하자.

$x < 0$ 일 때 함수 $f(x)=x^2$ 이다. 따라서 만나는 점의 x 좌표는

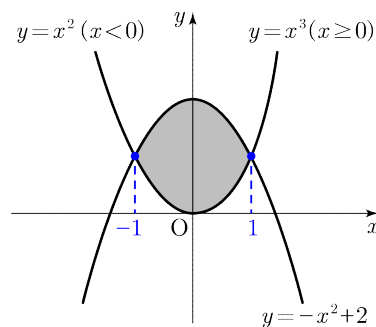
$$x^2 = -x^2 + 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

이 중 $x < 0$ 인 근은 -1 뿐이므로 교점의 x 좌표는 -1 이다.

$x \geq 0$ 일 때 함수 $f(x)=x^3$ 이고 마찬가지로 교점의 x 좌표를 구하면

$$x^3 = -x^2 + 2 \Rightarrow x^3 + x^2 - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^2+2x+2)=0$$

방정식 $x^2+2x+2=0$ 은 실근을 갖지 않는다. 따라서 방정식 $x^3 = -x^2+2$ 의 실근은 $x=1$ 뿐이다. 이 근은 $x \geq 0$ 을 만족하므로 교점의 x 좌표는 1 이다.



색칠한 부분의 넓이는 두 곡선 중 위에 있는 $y=-x^2+2$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 를 빼서 적분하면 된다. 이때 $x \geq 0$ 일 때의 식과 $x < 0$ 일 때의 식이 다르므로 따로 적분하면

$$\begin{aligned} (x \geq 0 \text{에서의 넓이}) &= \int_0^1 (-x^2 + 2 - x^3) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{4}x^4 \right]_0^1 \\ &= -\frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{4} \\ &= \frac{17}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (x < 0 \text{ 에서의 넓이}) &= \int_{-1}^0 (-x^2 + 2 - x^2) dx \\
 &= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 2x \right]_{-1}^0 \\
 &= -\left(\frac{2}{3} - 2 \right) \\
 &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

구하는 넓이는 두 구간에서 구한 넓이의 합이므로 $\frac{17}{12} + \frac{4}{3} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4}$ 이다.

 ③

12

12번 풀이 방향

$\sin x$ 의 부호에 따라 $f(x)$ 를 나누어 그래프를 그리면 $y=a$ 가 어디에 위치해야 교점이 4개가 될 수 있는지 파악할 수 있어!

절댓값 안의 식인 $\sin x$ 의 부호를 기준으로 함수 $f(x)$ 의 식을 나누어 구하자.

$$\sin x \geq 0 \Rightarrow f(x) = \sin x + \frac{1}{3}\sin x = \frac{4}{3}\sin x$$

$$\sin x < 0 \Rightarrow f(x) = -\sin x + \frac{1}{3}\sin x = -\frac{2}{3}\sin x$$

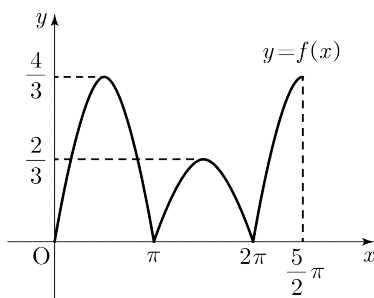
$0 \leq x \leq \frac{5}{2}\pi$ 의 범위에서 $\sin x \geq 0$ 인 범위는 모두

$$0 \leq x \leq \pi, \quad 2\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{2}$$

이고 $\sin x < 0$ 인 범위는 $\pi < x < 2\pi$ 이다. 이를 생각하면 함수 $f(x)$ 의 식은

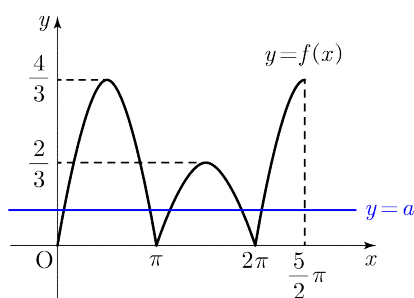
$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}\sin x & (0 \leq x \leq \pi) \\ -\frac{2}{3}\sin x & (\pi < x < 2\pi) \\ \frac{4}{3}\sin x & (2\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{2}) \end{cases}$$

이다. 따라서 함수 $f(x)$ 의 그래프를 그리면



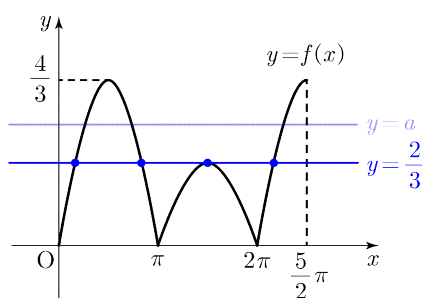
와 같다. 이제 함수 $f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 와의 교점의 개수를 세어 보자.

$a < 0$ 이면 만나는 점의 개수가 없으므로 $a \geq 0$ 일 때부터 생각하면



위 그림과 같이 $a=0$ 이면 함수 $f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 가 만나는 점의 개수가 3이고, $0 < a < \frac{2}{3}$ 이면 만나는 점의 개수가 5임을 알 수 있다.

a 의 값을 키워 보았을 때, $a > \frac{2}{3}$ 이면 $\pi < x < 2\pi$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=a$ 가 만나지 않으므로, $a = \frac{2}{3}$ 일 때를 살펴보면



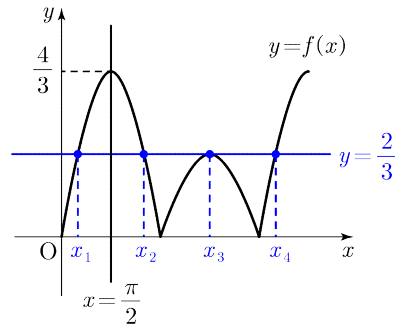
위 그림과 같이 $a = \frac{2}{3}$ 일 때 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=a$ 가 서로 만나는 점의 개수가 4이고, $\frac{2}{3} < a < \frac{4}{3}$ 일 때 만나는 점의 개수는 3임을 알 수 있다.

추가로, $a > \frac{4}{3}$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=a$ 가 서로 만나지 않고,

$a = \frac{4}{3}$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=a$ 가 만나는 점의 개수가 2인 것도 위 그림에서 확인할 수 있다.

즉, 문제의 조건을 만족시키는 경우는 $a = \frac{2}{3}$ 이다. 이때의 모든 근의 합을 구하자.

만나는 4개의 점 중 x 좌표가 작은 순서대로 x_1, x_2, x_3, x_4 라 하면 구하는 것은 모든 근의 합 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ 이므로



위 그림과 같이 x_1 과 x_2 는 직선 $x = \frac{\pi}{2}$ 에 대하여 대칭임을 알 수 있다. 따라서

$x_1 + x_2 = \pi$ 이다. 또한, x_3 의 값은 방정식 $-\frac{2}{3}\sin x = \frac{2}{3}$ 의 해이므로

$$-\frac{2}{3}\sin x_3 = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x_3 = -1 \Rightarrow x_3 = \frac{3}{2}\pi \quad (\because \pi < x_3 < 2\pi)$$

$2\pi \leq x \leq \frac{5}{2}\pi$ 에서 방정식 $\frac{4}{3}\sin x = \frac{2}{3}$ 의 해가 x_4 이므로

$$\frac{4}{3}\sin x_4 = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x_4 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_4 = \frac{13}{6}\pi$$

따라서 모든 실근의 합 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ 의 값은

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \pi + \frac{3}{2}\pi + \frac{13}{6}\pi = \frac{14}{3}\pi$$

삼각함수와 교점개수함수

유사 기출 풀어보기 1

- 2025학년도 9월 20번

정답은 맨 뒷페이지에

20. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - 1 & (0 \leq x < \pi) \\ -\sqrt{2} \sin x - 1 & (\pi \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0 \leq t \leq 2\pi$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = f(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는

모든 t 의 값의 합은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

13

13번 풀이 방향

분모가 0이 되는 점을 중심으로 살펴보아야 해. 분자와 분모가 공통근을 가지면, 공통인수를 약분할 수 있으니 극한이 존재할 수 있음을 기억하자!

분자의 식을 인수분해하면

$$x^3 - x = x(x-1)(x+1)$$

이고, 분모의 식을 $f(x)$ 라 하자. $f(x) = x^2 + (k-6)x + 4$ 이므로 주어진 극한은

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-1)(x+1)}{f(x)}$$

이다. $f(a) \neq 0$ 이면 분모가 0이 아니므로 바로 $x=a$ 를 대입할 수 있다. 따라서 $f(a)=0$ 을 만족시켜야 극한값이 존재하지 않을 수 있다.

집합 S 는 (분모) = 0 이 되는 실근 중 분자와 약분으로 제거되지 않는 값들의 집합이다. 말이 어려울 수 있는데, 쉽게 말하면

(분자) = 0 의 근은 모두 $-1, 0, 1$

$\Rightarrow f(x)=0$ 의 근에서 $-1, 0, 1$ 중 하나와 일치하면 서로 약분이 가능

$\Rightarrow$ 극한값 존재 가능성

방정식 $f(x)=0$ 이 실근을 갖지 않으면 모든 실수 a 에 대하여 분모가 0이 되지 않으므로 극한값이 존재한다. 즉, $S = \emptyset$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.

이어서 방정식 $f(x)=0$ 이 중근을 갖는 경우부터 생각해 보자. 판별식 D 가 0이 어야 하므로

$$\begin{aligned} D = (k-6)^2 - 16 &\Rightarrow (k-6)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k-6 = 4 \text{ 또는 } k-6 = -4 \\ &\Rightarrow k = 10 \text{ 또는 } k = 2 \end{aligned}$$

$k=10$ 이면 $f(x) = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$ 이므로 주어진 극한은

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-1)(x+1)}{(x+2)^2}$$

이다. 즉, $a = -2$ 일 때 극한값이 존재하지 않는다. 따라서 $S = \{-2\}$ 이므로 집합 S 의 원소의 개수는 1이다.

마찬가지로 $k=2$ 이면 $f(x) = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ 이므로 집합 $S = \{2\}$ 가 된다. 따라서 집합 S 의 원소의 개수는 1이다.

즉, $k=2$, $k=10$ 은 문제의 조건을 모두 만족시킨다.

이제 방정식 $f(x)=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때를 생각해 보자.

방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근이 2개이면 극한도 2곳에서 존재하지 않을 수 있다. 다만, 분모의 두 실근 중 **정확히 하나가 분자의 근과 일치하면**, 그 근에 대응하는 공통인수를 약분할 수 있다.

분자의 근은 모두 -1 , 0 , 1 이므로 방정식 $f(x)=0$ 의 근이 -1 , 0 , 1 중 하나와 일치할 때를 살펴보자.

(i) 방정식 $f(x)=0$ 이 1 을 근으로 가질 때

$f(1)=0$ 이므로 $1+(k-6)+4=0$ 에서 $k=1$ 이다. 이를 대입하면 $f(x)$ 는

$$f(x)=x^2-5x+4 \Rightarrow f(x)=(x-1)(x-4)$$

문제의 극한을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-1)(x+1)}{f(x)} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-4)} \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x+1)}{x-4} \end{aligned}$$

위와 같이 $a=1$ 일 때 극한이 존재하게 되는 것을 알 수 있다. 반면 $a=4$ 일 때는 극한값이 존재하지 않는다. 즉, $S=\{4\}$ 이므로 $k=1$ 일 때는 문제의 조건을 만족시킨다.

(ii) 방정식 $f(x)=0$ 이 0 을 근으로 가질 때

$f(0)=0$ 이어야 하는데, $f(0)=4$ 이므로 방정식 $f(x)=0$ 은 0 을 근으로 가질 수 없다.

(iii) 방정식 $f(x)=0$ 이 -1 을 근으로 가질 때

$f(-1)=0$ 이므로 $1-(k-6)+4=0$ 에서 $k=11$ 이다. 이를 대입하면 $f(x)$ 는

$$f(x)=x^2+5x+4 \Rightarrow f(x)=(x+1)(x+4)$$

문제의 극한을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-1)(x+1)}{f(x)} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+4)} \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-1)}{x+4} \end{aligned}$$

위와 같이 $a=-1$ 일 때 극한이 존재하게 되는 것을 알 수 있다. 반면 $a=-4$ 일 때는 극한값이 존재하지 않는다. 즉, $S=\{-4\}$ 이므로 $k=11$ 일 때는 문제의 조건을 만족시킨다.

따라서 집합 S 의 원소의 개수가 1이 되도록 하는 모든 정수 k 의 값은

$$k=1, 2, 10, 11$$

이므로 모든 값의 합은 $1+2+10+11=24$ 이다.

답 ②

극한이 존재할 조건, 존재하지 않을 조건

유사 기출 풀어보기 2

- 2026학년도 9월 13번

정답은 맨 뒷페이지에

13. 함수 $f(x) = x^2 + 6x + 12$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는? [4점]

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)} \text{의 값이 존재한다.}$$

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

확률과 통계 23

각 자리에는 a, b, c 중 하나가 올 수 있으므로 각 자리에 올 수 있는 문자는 a, b, c 의 3가지이다.

또한, 문자를 중복해서 사용할 수 있으므로 네 자리 각각 3가지씩 선택할 수 있다. 따라서 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ 이다.

 ③

확률과 통계 24

사건 A 는 $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^C)$ 이고, $A \cap B$ 와 $A \cap B^C$ 는 배반사건이므로

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

이때 A^C 는 A 의 여사건이므로 구하는 확률 $P(A^C)$ 은

$$P(A^C) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

 ②

확률과 통계 25

먼저 주사위의 눈 중 6의 약수는 1, 2, 3, 6로 모두 4개이다. 따라서 주사위를 한 번 던져 6의 약수가 나올 확률은 $p = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 이다.

주사위를 9번 던지는 시행은 모두 독립시행이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(9, \frac{2}{3}\right)$ 을 따름을 알 수 있다. 따라서 확률변수 X 의 평균과 분산을 구하면

$$E(X) = 9 \times \frac{2}{3} = 6$$

$$V(X) = 9 \times \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 9 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = 2$$

이다. 이제 분산을 구하는 공식

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \Rightarrow E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2$$

을 이용하면 $E(X^2)$ 의 값을 구할 수 있다.

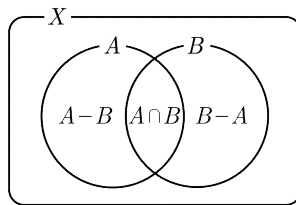
$$E(X^2) = 2 + 6^2 = 38$$

확률과 통계 26

26번 풀이 방향

집합 X 의 각 원소가 벤다이어그램의 어느 영역에 들어갈지를 생각해 보자.
그러면 각 원소의 위치를 정하는 경우의 수는 중복순열로 구할 수 있어!

$A \cup B = X$ 를 만족시키는 모든 경우의 수를 구하자. 두 집합 A, B 는 집합 X 의 부분집합이므로 그림으로 나타내면



와 같다. 조건 $A \cup B = X$ 를 만족시키려면 집합 X 의 각 원소가 들어갈 수 있는 영역은 다음 3 곳이다.

$$A-B, A \cap B, B-A$$

집합 X 의 각 원소 1, 2, 3, 4는 이 3개의 영역 중 하나를 선택한다. 따라서 네 원소의 위치를 정하는 경우의 수는 중복순열에 의해 ${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$ 이다.

이때 두 집합 A, B 는 공집합이 아닌 서로 다른 두 부분집합이므로

두 집합 A, B 가 공집합인 경우

⇒ 집합 X 의 모든 원소가 각각 $B-A, A-B$ 에 위치함

⇒ 각각 1가지이므로 모두 2가지

$A=B$ 인 경우

⇒ 집합 X 의 모든 원소가 $A \cap B$ 에 위치함

⇒ 1가지

따라서 조건 $A \cup B = X$ 를 만족시키는 전체 경우의 수는 $81 - 3 = 78$ 이다.

이제 $A \cap B = \emptyset$ 인 경우를 구하자. 이는 집합 X 의 각 원소가 $A-B, B-A$ 에만 들어가는 경우와 같다. 따라서 경우의 수는 ${}_2\Pi_4 = 2^4 = 16$ 이다. 이때, 한쪽의 집합이 공집합이 되는 경우인 2가지를 제외하면 경우의 수는 $16 - 2 = 14$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{14}{78} = \frac{7}{39}$ 이다.

확률과 통계 27

27번 풀이 방향

(가) 조건에서 오른쪽의 값이 2의 거듭제곱임을 이용하면 d 의 가능한 값을 좁힐 수 있어. 홀수를 $2n+1$, 짝수를 $2n$ 의 꼴로 바꾸어서 중복조합을 구하자!

(가) 조건에서 왼쪽의 $2^{a+b+c-d}$ 은 항상 양수이다. 따라서 우변 $(7-d)^3$ 도 양수이어야 하므로

$$(7-d)^3 > 0 \Rightarrow 7-d > 0 \Rightarrow 0 \leq d \leq 6$$

이다. 이때 $2^{a+b+c-d}$ 과 같으려면 $(7-d)^3$ 이 2의 거듭제곱이어야 한다. 이를 만족시키려면 $7-d$ 가 2의 거듭제곱이 되어야 한다.

$$7-d=1, 2, 4 \Rightarrow d=6, d=5, d=3$$

이제 각각의 d 의 값에 따라 경우를 나누어 구하자.

(나) 조건에서 a, b, c 중 홀수의 개수가 2이므로 $a+b+c$ 는 홀수 두 개의 합과 짝수 한 개의 합이다. 즉, $a+b+c$ 는 짝수이어야 한다.

(i) $d=6$ 일 때 $((7-d)^3=1$ 일 때)

$2^{a+b+c-6}=1$ 이므로 $a+b+c=6$ 이다. a, b, c 중 홀수인 문자를 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_2$ 이고 편의상 a, b 가 홀수이고 c 가 짝수라 하자. 즉,

$$a=2A+1, b=2B+1, c=2C \quad (A, B, C \text{는 음이 아닌 정수})$$

로 놓을 수 있다. $a+b+c=6$ 이므로

$$\begin{aligned} a+b+c &= (2A+1)+(2B+1)+2C=2(A+B+C)+2=6 \\ \Rightarrow A+B+C &= 2 \end{aligned}$$

이를 만족시키는 음이 아닌 정수 A, B, C 의 순서쌍 (A, B, C) 의 개수는 중복조합을 이용하여 ${}_3H_2={}_4C_2=6$ 이므로 (i)에서의 경우의 수는 ${}_3C_2 \times 6 = 18$ 이다.

(ii) $d=5$ 일 때 $((7-d)^3=2^3$ 일 때)

$2^{a+b+c-5}=2^3$ 이므로 $a+b+c=8$ 이다. a, b, c 중 홀수인 값을 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_2$ 이고 (i)에서와 마찬가지로 a, b 가 홀수이고 c 가 짝수라 하면

$$a=2A+1, b=2B+1, c=2C \quad (A, B, C \text{는 음이 아닌 정수})$$

로 놓을 수 있다. $a+b+c=8$ 이므로

$$a+b+c=(2A+1)+(2B+1)+2C=2(A+B+C)+2=8$$

$$\Rightarrow A+B+C=3$$

이를 만족시키는 음이 아닌 정수 A, B, C 의 순서쌍 (A, B, C) 의 개수는 중복조합을 이용하여 ${}_3H_3 = {}_5C_3 = 10$ 이므로 (ii)에서의 경우의 수는 ${}_3C_2 \times 10 = 30$ 이다.

(iii) $d=3$ 일 때 $((7-d)^3=4^3$ 일 때)

$2^{a+b+c-3}=4^3=2^6$ 이므로 $a+b+c=9$ 이다. 다만 위에서 (나) 조건에 의해 $a+b+c$ 는 짝수가 되어야 하므로 이 경우는 만족시킬 수 없다.

(i), (ii)에서 구하는 모든 경우의 수는 $18+30=48$ 이다.

미적분 23

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4^x - 1}{x} \times \frac{x}{\sin x} \right) = \ln 4 \times 1 = 2 \ln 2$$

답 ③

미적분 24

주어진 식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$e^x \sin y + e^x \cos y y' + e^y \cos x y' - e^y \sin x = 0$$

이다. 여기에 $x=0$, $y=\frac{\pi}{2}$ 를 대입하면

$$1 + e^{\frac{\pi}{2}} y' = 0 \Rightarrow y' = -e^{-\frac{\pi}{2}}$$

이다.

답 ①

미적분 25

$$\frac{k}{n} - \frac{8}{n+2} = \frac{k-8}{n} + 8 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$$

이다. 두 번째 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} 8 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$ 은 텔레스코핑으로 수렴하는데, 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

은 발산하므로 ¹⁾ 주어진 급수가 수렴하려면 $k-8=0 \Rightarrow k=8$ 이고

$$\sum_{n=1}^m \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{m+1} - \frac{1}{m+2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{m+1} - \frac{1}{m+2}$$

이므로 $m \rightarrow \infty$ 일 때 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{3}{2}$ 이다. 따라서

$$S = 8 \times \frac{3}{2} = 12 \Rightarrow k + S = 8 + 12 = 20 \text{ 이다.}$$

답 ①

1)

주어진 급수를

$$1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{8} \right)$$

처럼 묶으면, 각 괄호의 합이 $\frac{1}{2}$

이상이므로 $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right)$ 이렇게 맨 뒤에 있는 숫자로 통일) 발산한다.

이 급수는 엄청 유명해서 이름까지 지어져 있는데, 조화급수라고 한다.

미적분 26

26번 풀이 방향

$y = m(x+1)$ 이 접하는 상황이니까 접점의 x 좌표를 미지수로 놓고 계산!

점 $(-1, 0)$ 을 지나고 기울기가 m 인 직선은 $y = m(x+1)$ 이다.

직선이 곡선 $y = e^x$ 에 접하므로 접점의 x 좌표를 t 라 하면 접선의 기울기는

$$m = e^t$$

이고, 접점 (t, e^t) 가 직선 위에 있으므로

$$e^t = m(t+1)$$

이다. 여기에 $m = e^t$ 를 대입하면

$$e^t = e^t(t+1) \Rightarrow t=0, m=e^0=1$$

이다. 따라서 접선은

$$y = x+1$$

이다. 이제 이 직선이 곡선 $y = -x(x-a)$ 에 접해야 하므로 판별식을 이용하면

$$-x(x-a) = x+1 \Rightarrow x^2 - (a-1)x + 1 = 0 \Rightarrow (a-1)^2 - 4 = 0$$

이므로 $a=3$ 또는 $a=-1$ 이다. 가능한 모든 a 의 값의 합은 $3+(-1)=2$ 이다.

답 ②

미적분 27

27번 풀이 방향

분모를 좌변으로 넘기면 $e^x + x - 1$ 의 도함수가 곱해지니 양변을 적분할 수 있어!

먼저 $e^x + 1$ 을 좌변으로 넘기면

$$(e^x + 1)f'(e^x + x - 1) = f(e)x + 2$$

이다. 여기서 $e^x + 1$ 은 $e^x + x - 1$ 의 도함수이므로 양변을 적분하면

$$f(e^x + x - 1) = \frac{f(e)}{2}x^2 + 2x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

이다. $x=0$ 을 대입하면 $f(0) = C$ 이고 $f(0) = 0$ 이므로 $C=0$ 이다. 따라서

$$f(e^x + x - 1) = \frac{f(e)}{2}x^2 + 2x$$

이다. 이제 $x=1$ 을 대입하면

$$f(e) = \frac{f(e)}{2} + 2 \Rightarrow f(e) = 4$$

이다. 마지막으로 $x=2$ 를 대입하면

$$f(e^2 + 1) = \frac{4}{2} \times 2^2 + 2 \times 2 = 12$$

이다.

--	--

유사 기출 풀어보기 정답

1. 15
2. ②