

Daily 삼정 3회

Daily 삼정 사용설명서

Daily 삼정은, 3-5등급 학생들을 위한

루틴 학습용 하프모의고사

입니다.

1. 모의고사의 의의

이 모의고사의 가장 큰 장점은, 하반기에 개념이 군데 군데 빠져 있는 4-5등급 학생들이 전범위의 쉬운 하프모의고사를 매일 연습하며 본인의 약점을 채울 수 있다는 것입니다.

하위권 학생들이 하반기에 개념강의를 처음부터 돌리는 경우가 많은데, 그러다 보면 완강률도 낮고 4-5등급 학생들은 뒷 부분 개념을 완벽히 채우지 못하고 수능을 보러 가는 경우도 있습니다.

또한 2-3등급 학생이라도 잘 출제되지 않는 지엽적인 개념(통계적 추정, 속도가속도, 곡선의길이 등등)이 나오면 수능장에서 3점을 틀리는 경우도 있습니다.

이 모의고사를 주 3회 풀며, 전범위에 대한 감을 계속 유지하시는 것을 추천드립니다.

기출 원본이 아닌 평가원식 변형문제가기 때문에, 실제 수능을 연습하는 데에도 큰 도움을 줄 겁니다.

실제로 여기에 있는 번호대만 모두 맞추어도 72점, 즉 높은 4등급 - 낮은 3등급 실력을 안정적으로 확보할 수 있습니다.
(16-20은 없으나 요즘 쉬우므로 생략하겠습니다.)

:

또한, 2-3등급 학생들도 이 모의고사를 간간히 풀어주며 하루 중 공부에 집중이 안될 때 리프레쉬하는 용도로 쓰시면 좋습니다.

공통 12, 13과 선택 27번은 마냥 쉽지만은 않기 때문에, 적당한 긴장감과 도파민을 줄 수 있습니다.

2. 모의고사의 구성

모의고사는 1-13번, 23-27번으로 구성된 간단한 하프모의고사입니다.

모의고사를 풀며, 틀리거나 잘 모르는 문제가 나오면 **그날 즉시 그 부분을 본인이 듣는 인강(세젤쉬, 시발점, 파운데이션 등등)이나 독학서(평정, 한완수 등등)로 개념 보충하시는 것**을 추천드립니다.

아니면 과외 선생님이 해당 부분 개념을 속성으로 지도해주셔도 좋습니다.

전범위를 공부할 필요 없이, 모르는 것만 그날 그날 채워나가도 Daily 삼정을 다 풀 때쯤은 3등급 정도 실력까지는 탄탄히 채워져 있을 겁니다.

3. 해설지의 구성

기본적으로 친절한 과외식 해설이 탑재되어 있으며, 일부 문제는 **까먹은 공식을 상기**시키거나

풀이 방향

분모에 n 과 k 가 같이 있으므로 정적분 꼴을 만들어야 한다. $\frac{1}{n}$ 을 dx , $\frac{k}{n}$ 를 x , 적분구간을 $\int_0^1$ 로 바꿔주면 된다.

학생들이 접근하기 어려웠을 만한 발상에 대한 힌트를 주는 경우도 있습니다. 즉, **해설지만으로 충분한 공부**가 가능하도록 만들었습니다.

27번 풀이 방향

$xy+x+y+k=0$ 은 x 와 y 를 서로 바꾸어도 그대로인 **대칭식**이다. 따라서 점 $A(a, b)$, 점 $B(b, a)$ 에서 두 점의 접선도 $y=x$ 에 대해 대칭이다. 즉 접선의 교점은 $y=x$ 위에 있다.

또한, 이 모의고사는 기본적으로 기출 베이스 모의고사이기 때문에 중요한 문제에 대해서는 유사 기출까지 수록하여 **내가 아직 공부하지 않은 중요한 기출**이 있는지 확인할 수 있습니다.

데일리 삼정의 문제들은 **중요하거나 트렌드에 맞는 기출 위주로 선별**되기 때문에, 만약 틀렸다면 한 문제도 그냥 넘어가서는 안 됩니다.

유사 기출 풀어보기 1

모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

모든 자연수 n 에 대하여 $3a_n^2 + 2na_n - 8n^2 = 0$ 이다.

- ① 540 ② 550 ③ 560 ④ 570 ⑤ 580

[2025학년도 10월 12번]

정답은 맨 윗페이지에

자, 그러면 지금부터 저희와 함께 데일리 삼정으로 수능을 정복하러 가봅시다!

***본 자료는 학교, 학원, 과외 또는 학습, 교습 용도로의 교육적 사용을 허용하며, 재판매 및 상업적 사용을 불허합니다.**

3회 빠른 정답

공통

1	①	2	②	3	①	4	④	5	③
6	⑤	7	①	8	②	9	③	10	③
11	②	12	⑤	13	④				

확률과 통계

23	①	24	②	25	③	26	③	27	④
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

미적분

23	④	24	①	25	⑤	26	②	27	③
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

1

$4^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ 을 2의 거듭제곱으로 바꾸어 보자.

$$4^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = (2^2)^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2^{2-\sqrt{2}}$$

이제 같은 밑끼리의 곱이므로 지수를 더하여 계산하자.

$$2^{\sqrt{2}-1} \times 2^{2-\sqrt{2}} = 2^{(\sqrt{2}-1)+(2-\sqrt{2})} = 2^1 = 2$$

 ①

2

식을 전개하면 $f(x) = x^3 + x^2 + 3x$ 이므로 미분하면 $f'(x) = 3x^2 + 2x + 3$ 이다.
따라서 $f'(0) = 3$ 이다.

 ②

3

중심각이 라디안으로 주어져 있으므로 부채꼴의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2}r^2\theta \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 3^2 \times \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2}\pi$$

 ①

4

각 구간의 식은 각각 연속이므로 식이 바뀌는 곳인 $x=a$ 에서만 확인하면 된다.
따라서 $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = f(a)$ 가 되도록 하는 a 의 값을 구하자.

$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = a-4, \quad \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = f(a) = -|a|$$

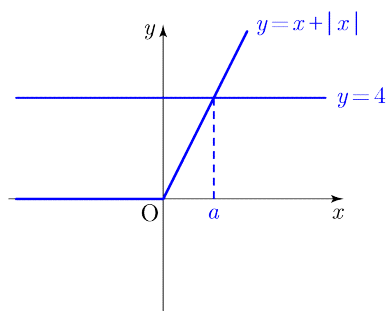
이고, 두 값이 같아야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = f(a) \Rightarrow a-4 = -|a| \Rightarrow a+|a|=4$$

이를 만족시키는 a 의 값은 함수 $y=x+|x|$ 의 그래프와 직선 $y=4$ 가 만나는 점의 x 좌표와 같다. 따라서

$$x+|x| = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 2x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이므로 그래프로 나타내면



그림에서 $x \geq 0$ 에서 함수 $y = x + |x|$ 의 그래프와 직선 $y=4$ 가 만남을 알 수 있다. 따라서 $2a=4$ 이므로 $a=2$ 이다.

답 ④

5

주어진 식에 $x=4$ 를 대입하면

$$f(4) \times f(4) = 4 \Rightarrow (f(4))^2 = 4$$

문제에서 $f(4) > 0$ 이므로 $f(4) = 2$ 이다. 이를 원래 식에 대입하면

$$2f(x) = x \Rightarrow f(x) = \frac{x}{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{2}$$

답 ③

6

$\log_a b = X$ 라 하고 주어진 등식을 X 에 대한 식으로 나타내어 보자. 문제에서 $a > 1$ 이고 $b > 1$ 이므로 $X > 0$ 이다.

왼쪽 등식에서 $\log_{\sqrt{a}} b$ 를 X 에 대한 식으로 나타내면

$$\log_{\sqrt{a}} b = \frac{\log_a b}{\log_a \sqrt{a}} = \frac{X}{\frac{1}{2}} = 2X$$

한편, $\log_b a = \frac{1}{\log_a b} = \frac{1}{X}$ 이므로 $\log_{\sqrt{b}} a^9$ 을 X 에 대한 식으로 나타낼 수 있다.

$$\log_{\sqrt{b}} a^9 = 9 \log_{\sqrt{b}} a = 9 \times \frac{\log_b a}{\log_b \sqrt{b}} = 9 \times \frac{\frac{1}{X}}{\frac{1}{2}} = \frac{18}{X}$$

이 두 값이 같으므로

$$2X = \frac{18}{X} \Rightarrow X^2 = 9 \Rightarrow X = 3 \quad (\because X > 0) \Rightarrow \log_a b = 3$$

$\log_a b = 3$ 에서 $b = a^3$ 이므로 이를 두 번째 등식의 $\log_2(ab)$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} \log_2(ab) &= \log_2(a \times a^3) = \log_2 a^4 \Rightarrow \log_2 a^4 = 16 \Rightarrow 4 \log_2 a = 16 \\ &\Rightarrow \log_2 a = 4 \end{aligned}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{a^3}{a} = a^2 \text{이므로}$$

$$\log_2 \frac{b}{a} = \log_2 a^2 = 2 \log_2 a = 8$$

7

두 번째 적분의 적분구간의 위치를 서로 바꾸면 두 정적분의 적분구간이 모두 $[0, 2]$ 로 동일함을 알 수 있다.

$$\int_2^0 f(-x) dx = -\int_0^2 f(-x) dx \Rightarrow \int_0^2 \{f(x) - f(-x)\} dx = 24$$

$f(x) = x^4 + x^3 + ax + 2$ 에서 $f(-x) = x^4 - x^3 - ax + 2$ 이므로 $f(x) - f(-x)$ 를 직접 구하면

$$f(x) - f(-x) = (x^4 + x^3 + ax + 2) - (x^4 - x^3 - ax + 2) = 2x^3 + 2ax$$

따라서 문제에서 주어진 정적분은 $\int_0^2 (2x^3 + 2ax) dx$ 와 같고 이 값이 24임을 이용하여 a 의 값을 구할 수 있다.

$$\int_0^2 (2x^3 + 2ax) dx = \left[\frac{x^4}{2} + ax^2 \right]_0^2 = 8 + 4a \Rightarrow 8 + 4a = 24 \Rightarrow a = 4$$

8

먼저 각 변환을 이용하여 식을 간단히 하자.

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta, \quad \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

이므로 정리하면

$$2 \times (-\cos \theta) - (-\sin \theta) = 0 \Rightarrow \sin \theta = 2 \cos \theta \Rightarrow \tan \theta = 2$$

$\sin \theta < 0$ 이므로 $\sin \theta = 2 \cos \theta$ 에서 $\cos \theta < 0$ 이다.

$\tan \theta = 2$ 에서 밑변의 길이가 1 이고 높이가 2 인 직각삼각형을 생각하자. 이

직각삼각형의 빗변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ 이다.

9

9번 풀이 방향

분모가 $f(a+h)-f(1)$ 이므로 무작정 미분계수의 역수라고 생각하지 않는 것이 중요해. $h \rightarrow 0$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이 될 때의 경우를 먼저 찾아보자!

$h \rightarrow 0$ 일 때 분모가 어떤 값으로 다가가는지 살펴보자.

$$(\text{분모}) = f(a+h) - f(1) \Rightarrow h \rightarrow 0 \text{ 이면 } (\text{분모}) \rightarrow f(a) - f(1) \quad 1)$$

따라서 $f(a) \neq f(1)$ 이면 분자는 h 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이고, 분모는 0이 아닌 값으로 수렴하므로

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(a+h) - f(1)} = 0$$

이다. 이제 (분모) $\rightarrow 0$ 이 될 때의 경우를 살펴보자. 즉, $f(a) = f(1)$ 일 때이다.

$$f(x) = 4x^2 - 12x + 5 \Rightarrow f(1) = -3$$

따라서 방정식 $f(a) = f(1)$ 을 풀면

$$\begin{aligned} f(a) = 4a^2 - 12a + 5 &\Rightarrow 4a^2 - 12a + 5 = -3 \Rightarrow 4a^2 - 12a + 8 = 0 \\ &\Rightarrow a = 1 \text{ 또는 } a = 2 \end{aligned}$$

각각의 a 의 값에서 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(a+h) - f(1)}$ 의 극한값을 각각 구해 보자.

(i) $a = 1$ 일 때

분모의 식은 $f(1+h) - f(1)$ 이므로 미분계수의 정의를 이용하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(1+h) - f(1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{f(1+h) - f(1)}{h}}$$

$$f'(x) = 8x - 12 \Rightarrow f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -4$$

구하는 극한값은 $f'(1)$ 의 역수이고, $f'(1) \neq 0$ 이므로 $a = 1$ 일 때

문제에서의 극한값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

(ii) $a = 2$ 일 때

$f(2) = f(1)$ 이므로 분모의 식은 $f(2+h) - f(2)$ 와 같다. (i)에서와 마찬가지로 방법으로 미분계수의 정의를 이용하여

1)

함수 $f(x)$ 는 이차함수이므로 실수 전체의 집합에서 연속이다. $h \rightarrow 0$ 일 때 $f(a+h) \rightarrow f(a)$ 이므로 분모는 본문과 같이 수렴한다.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(2+h)-f(1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{f(2+h)-f(2)}{h}}$$

$$f'(x)=8x-12 \Rightarrow f'(2)=\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 4$$

구하는 극한값은 $f'(2)$ 의 역수이고, $f'(2) \neq 0$ 이므로 $a=2$ 일 때
문제에서의 극한값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

a 의 값에 따라 가능한 극한값은 모두 $-\frac{1}{4}$, 0 , $\frac{1}{4}$ 이므로 최댓값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

10

10번 풀이 방향

각 조건에 어떤 항들을 합하고 있는지 직접 나열해 보고, 식끼리 더하거나 빼서 문제에서 구해야 하는 항만 남기는 게 중요해!

두 번째 조건을 직접 나열하면

$$\sum_{k=1}^4 a_{2k-1} = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 14$$

이므로 처음 조건인 첫째항부터 제 8 항까지의 합인 $\sum_{k=1}^8 a_k = 30$ 에서 $\sum_{k=1}^4 a_{2k-1}$ 을 빼면 짝수 번째 항들의 합만 남게 된다. 짝수 번째 항들의 합을 구하면

$$\sum_{k=1}^8 a_k - \sum_{k=1}^4 a_{2k-1} = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 30 - 14 = 16$$

세 번째 조건도 직접 나열해 보면

$$\sum_{k=1}^3 a_{3k-1} = a_2 + a_5 + a_8 = 9$$

문제에서 구하는 값은 $a_4 - a_5 + a_6$ 이므로 짝수 번째 항들의 합에서 $\sum_{k=1}^3 a_{3k-1}$ 을 빼면 구하는 값이 나오게 됨을 알 수 있다.

$$(a_2 + a_4 + a_6 + a_8) - (a_2 + a_5 + a_8) = a_4 - a_5 + a_6 = 16 - 9 = 7$$

11

11번 풀이 방향

직선 AB의 방정식을 처음부터 구하려 하면 계산이 길어질 수 있어. 이 문제는
(직선 AB의 기울기) = (점 B에서의 접선의 기울기)
를 이용하는 것이 핵심이야.

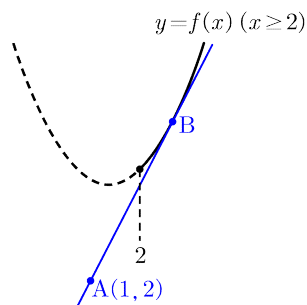
먼저 두 점 A, B의 좌표를 구해보자. 이때 점 A는 함수 $f(x)$ 의 식 중 $x < 2$ 의 식이고 $t > 2$ 이므로 점 B는 함수 $f(x)$ 의 식 중 $x > 2$ 의 식임을 생각하자.

점 A는 $y = x + 1$ 위에 있으므로 점 A의 좌표는 A(1, 2)이다. $x > 2$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 7$ 이므로 $f(t) = t^2 - 2t + 7$ 이다. 즉, 점 B의 좌표는

(점 B의 좌표): B($t, t^2 - 2t + 7$)

직선 AB가 점 B에서의 접선과 일치하므로

함수 $f(x)$ 의 그래프 위의 점 B에서의 접선이 점 A(1, 2)를 지난다
로 생각하면 문제에서의 상황을 쉽게 이해할 수 있을 것이다.



점 B($t, t^2 - 2t + 7$)에서의 접선의 방정식을 구해보면

$$f(x) = x^2 - 2x + 7 \Rightarrow f'(x) = 2x - 2 \Rightarrow f'(t) = 2t - 2$$

(점 B에서의 접선의 방정식): $y - (t^2 - 2t + 7) = (2t - 2)(x - t)$

이 직선이 점 A(1, 2)를 지나므로

$$\begin{aligned} 2 - (t^2 - 2t + 7) &= (2t - 2)(1 - t) \Rightarrow -t^2 + 2t - 5 = -2(t^2 - 2t + 1) \\ \Rightarrow t^2 - 2t - 3 &= 0 \\ \Rightarrow t = 3 \text{ 또는 } t = -1 \end{aligned}$$

문제에서 $t > 2$ 이므로 $t = 3$ 이다.

12

12번 풀이 방향

세 점의 좌표를 직접 구하려 하면 계산이 불필요하게 많아질지도 몰라.

x 좌표가 모두 $\frac{\pi}{2}$ 씩 차이 난다를 이용하면 y 좌표의 관계를 쉽게 구할 수 있어!

먼저 $x_1 = t$ 라 하자. 세 점의 x 좌표 x_1, x_2, x_3 이 모두 $\frac{\pi}{2}$ 씩 차이 나므로

$$x_2 = t + \frac{\pi}{2}, \quad x_3 = t + \pi$$

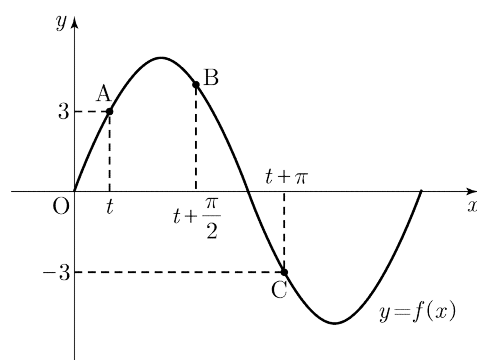
라 쓸 수 있다. 세 점은 모두 곡선 $y = k \sin x$ 위의 점이므로

$$y_1 = k \sin t$$

$$y_2 = k \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = k \cos t$$

$$y_3 = k \sin(t + \pi) = -k \sin t$$

직접 대입한 결과에서 $y_3 = -y_1$ 임을 알 수 있다. 문제에서 $y_3 = -3$ 이므로 $y_1 = 3$ 이다.



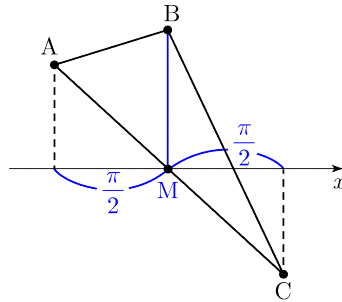
이제 삼각형 ACB의 넓이를 구해야 하는데, 어느 선분도 수직 관계가 쉽게 보이지 않아 넓이를 구하기가 막연할 수 있다.

이때 세 점 A, B, C의 x 좌표가 공차가 $\frac{\pi}{2}$ 인 등차수열이므로 선분 AC의 중점 M을 잡으면 점 M의 좌표는

$$(\text{점 M의 } x \text{ 좌표}) = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{t + (t + \pi)}{2} = t + \frac{\pi}{2} = x_2$$

$$(\text{점 M의 } y \text{ 좌표}) = \frac{3 + (-3)}{2} = 0$$

$$\Rightarrow (\text{점 M의 좌표}) = (x_2, 0)$$



그림에서와 같이 점 M의 x 좌표가 점 B의 x 좌표인 x_2 와 같으므로 선분 BM은 x 축에 수직임을 알 수 있다. 따라서 삼각형 ACB의 넓이는

$$(\triangle ACB \text{의 넓이}) = (\triangle ABM \text{의 넓이}) + (\triangle CBM \text{의 넓이})$$

이다. 선분 BM을 두 삼각형 ABM, CBM의 밑변으로 하면 세 점 A, B, C의 x 좌표의 차이가 각 삼각형의 높이가 됨을 알 수 있다.

x 좌표의 차이는 $\frac{\pi}{2}$ 이고 점 B의 y 좌표가 y_2 이므로 $\overline{BM} = y_2$ 이다. 따라서

$$(\triangle ABM \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times y_2 \times \frac{\pi}{2}$$

$$(\triangle CBM \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times y_2 \times \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow (\text{두 삼각형의 넓이의 합}) = y_2 \times \frac{\pi}{2}$$

따라서 $\triangle ACB$ 의 넓이가 $y_2 \times \frac{\pi}{2}$ 이고 이 값이 문제에서 2π 이므로

$$y_2 \times \frac{\pi}{2} = 2\pi \Rightarrow y_2 = 4$$

이제 k 의 값을 구하자. $y_1 = 3$ 이고 $y_2 = 4$ 이므로

$$y_1 = k \sin t = 3, \quad y_2 = k \cos t = 4$$

두 식을 각각 제곱해서 더하면

$$(y_1)^2 + (y_2)^2 = k^2 \sin^2 t + k^2 \cos^2 t$$

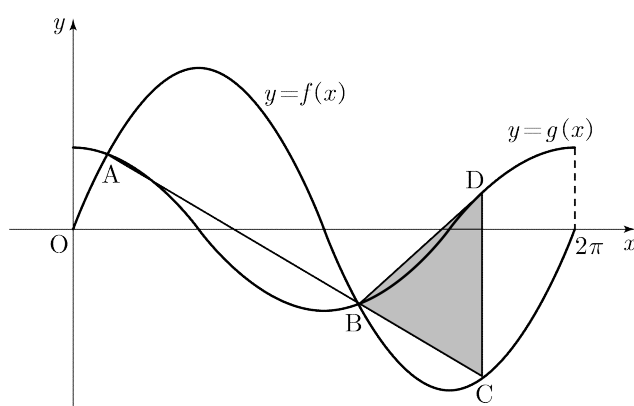
이때 $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ 이므로

$$(y_1)^2 + (y_2)^2 = k^2 \Rightarrow k^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

문제에서 k 는 양수이므로 $k = 5$ 이다. $\therefore k + y_2 = 5 + 4 = 9$

유사 기출 풀어보기 1

그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수 $f(x) = k\sin x$, $g(x) = \cos x$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 곡선 $y = g(x)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 선분 AB를 3:1로 외분하는 점을 C라 할 때, 점 C는 곡선 $y = f(x)$ 위에 있다. 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = g(x)$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 BCD의 넓이는? (단, k 는 양수이고, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.)
[4점]



- ① $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$ ② $\frac{9\sqrt{5}}{40}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$ ④ $\frac{3\sqrt{10}}{16}\pi$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$

[2023년 4월 13번]

정답은 맨 뒷페이지에

13

13번 풀이 방향

절댓값을 기준으로 $x < 0$ 과 $x \geq 0$ 으로 나누어 $h'(x)$ 를 파악해서 풀면 돼.
특히 $h'(x)=0$ 이더라도 그 점에서 양옆의 부호가 바뀌지 않으면 극값이 아니라는 걸 생각하고 있어야 해!

정적분으로 정의된 함수의 증감을 알아보기 위해 먼저 미분해 보자.

$$\begin{aligned} h(x) &= \int_0^x (f(t) - g(t)) dt \Rightarrow h'(x) = f(x) - g(x) \\ &\Rightarrow h'(x) = x|x| - a(x-1) \end{aligned}$$

절댓값을 부호에 따라 나누면

$$x|x| = \begin{cases} -x^2 & (x < 0) \\ x^2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

따라서 함수 $h'(x)$ 의 식을 $x=0$ 을 기준으로 쓸 수 있다.

$$h'(x) = \begin{cases} -x^2 - ax + a & (x < 0) \\ x^2 - ax + a & (x \geq 0) \end{cases}$$

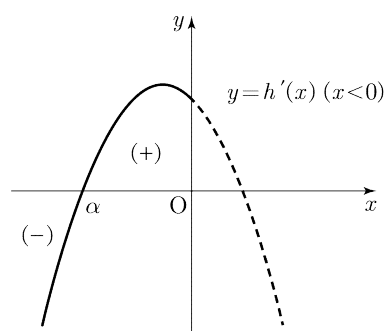
이제 $x < 0$ 과 $x \geq 0$ 에서 극값을 찾아야 하므로 $h'(x)=0$ 이 되는 x 의 값을 살펴보자.

$x < 0$ 의 식인 $h'(x) = -x^2 - ax + a$ 에서 $h'(x)=0$ 을 정리하면

$$-x^2 - ax + a = 0 \Rightarrow x^2 + ax - a = 0$$

이 이차방정식의 두 근의 곱은 $-a$ 인데, a 가 양수이므로 $-a < 0$ 이다. 즉, 두 근의 부호는 서로 다름을 알 수 있고, 양수인 근과 음수인 근이 하나씩 존재한다.

$x < 0$ 에서 $h'(x) = -x^2 - ax + a$ 이므로 함수 $h'(x)$ 는 이차항의 계수가 음수인 이차함수이다. 방정식 $h'(x)=0$ 의 근 중 $x < 0$ 의 근을 α 라 하면



위 그래프와 같이 $x = \alpha$ 에서 도함수 $h'(x)$ 의 부호가 $(-) \Rightarrow (+)$ 로 바뀔을 알 수 있다. 따라서 함수 $h(x)$ 는 $x = \alpha$ 에서 극솟값을 가진다.

문제의 조건에서 함수 $h(x)$ 는 오직 하나의 극값을 가져야 한다. 위의 결과에서 조건을 만족시키려면

함수 $h(x)$ 가 a 의 값과 관계없이 항상 $x = \alpha$ 에서 극솟값을 가짐

$\Rightarrow x \geq 0$ 에서 함수 $h(x)$ 는 극값을 가지지 않아야 함

$\Rightarrow x \geq 0$ 에서 도함수 $h'(x)$ 의 부호가 바뀌지 않아야 함

$x \geq 0$ 에서 $h'(x) = x^2 - ax + a$ 이므로 이 이차식의 판별식을 살펴보자.

$$D = (-a)^2 - 4 \times 1 \times a = a^2 - 4a = a(a-4)$$

$h'(x)$ 의 부호가 바뀌지 않으려면 판별식 D 가 $D \leq 0$ 이어야 하므로

$$a(a-4) \leq 0 \Rightarrow 0 < a \leq 4 \quad (\because a \text{는 양수})$$

따라서 함수 $h(x)$ 가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a 의 최댓값은 4이다. 즉, $k=4$ 이고 $a=k$ 이므로 $g(x) = 4(x-1)$ 이다.

구하는 $h(2)$ 의 값은 $\int_0^2 (t|t| - 4(t-1)) dt$ 인데, $0 \leq t \leq 2$ 에서 $t|t| = t^2$ 이므로

$$\begin{aligned} h(2) &= \int_0^2 (t^2 - 4(t-1)) dt = \int_0^2 (t^2 - 4t + 4) dt = \int_0^2 (t-2)^2 dt \\ &= \left[\frac{(t-2)^3}{3} \right]_0^2 \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore k + h(2) = 4 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3}$$

유사 기출 풀어보기 2

함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & (x < 0) \\ x^2 - x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 양수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} ax + a & (x < -1) \\ 0 & (-1 \leq x < 1) \\ ax - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x) = \int_0^x (g(t) - f(t)) dt$ 가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값을 k 라 하자. $a = k$ 일 때, $k + h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

[2026학년도 수능 15번]

정답은 맨 뒷페이지에

확률과 통계 23

$${}_7H_3 = {}_{7+3-1}C_3 = {}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3!} = 84$$

답 ①

확률과 통계 24

$$P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap B^c) \text{ 이므로 } P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \text{ 이다.}$$

답 ②

확률과 통계 25

전체 경우의 수는 7장의 카드 중 2장의 카드를 동시에 꺼내는 경우의 수이므로 ${}_7C_2 = 21$ 이다.

주머니 안에 들어있는 카드는 모두 서로 다른 숫자가 적혀 있는 카드이므로 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 숫자는 서로 같을 수 없다. 따라서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수 중 작은 수를 a , 큰 수를 b 라 하자.

(i) 두 수의 합이 두 수의 차의 2배인 경우

이 경우를 식으로 나타내면 $a + b = 2(b - a)$ 이고 정리하면 $b = 3a$ 이다.

$1 \leq a < b \leq 7$ 이므로 이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 모두 $(1, 3)$, $(2, 6)$ 이다. 따라서 (i)에서의 경우의 수는 2이다.

(ii) 두 수의 합이 두 수의 차의 3배인 경우

이 경우를 식으로 나타내면 $a + b = 3(b - a)$ 이고 정리하면 $b = 2a$ 이다.

따라서 이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 모두 $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$ 이다. 따라서 (ii)에서의 경우의 수는 3이다.

(i), (ii)에서 서로 겹치는 순서쌍은 없으므로 조건을 만족시키는 경우의 수는 $2 + 3 = 5$ 이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{21}$ 이다.

답 ③

확률과 통계 26

26번 풀이 방향

문제가 낯설게 느껴지지만, 이항정리를 활용하여 모든 항의 계수를 구하고 나면 답이 쉽게 보일 거야!

이항정리를 활용하면 다항식 $(x+2)^5$ 의 전개식에서 x^r 의 계수는 ${}_5C_r \times 2^{5-r}$ 이다. 가능한 r 의 값은 0부터 5까지의 정수이므로 각각 대입하여 계수가 같은 항을 찾아보자.

$$(r=0 \text{ 일 때의 계수}): {}_5C_0 \times 2^{5-0} = 32$$

$$(r=1 \text{ 일 때의 계수}): {}_5C_1 \times 2^{5-1} = 5 \times 16 = 80$$

$$(r=2 \text{ 일 때의 계수}): {}_5C_2 \times 2^{5-2} = 10 \times 8 = 80$$

$$(r=3 \text{ 일 때의 계수}): {}_5C_3 \times 2^{5-3} = 10 \times 4 = 40$$

$$(r=4 \text{ 일 때의 계수}): {}_5C_4 \times 2^{5-4} = 5 \times 2 = 10$$

$$(r=5 \text{ 일 때의 계수}): {}_5C_5 \times 2^{5-5} = 1$$

위에서 계수가 같은 항은 $r=1$ 일 때와 $r=2$ 일 때의 계수가 80으로 서로 같음을 알 수 있다. $\therefore k=80$

확률과 통계 27

27번 풀이 방향

정규분포의 그래프를 그려 $g(x)$ 와 $f(x)$ 의 영역을 확인한 후, 겹치는 영역을 제외하면 $g(2)-f(2)$ 의 값을 보기 쉽게 파악할 수 있어!

$f(m)$ 을 확률로 나타내면 $P(m \leq X \leq 2m)$ 이다. 확률변수 X 는 평균이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포이므로 표준화하면

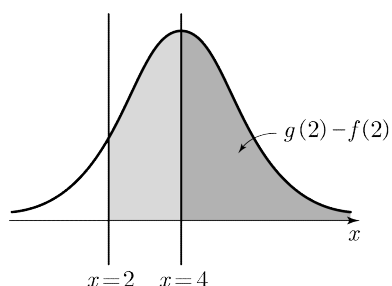
$$P(m \leq X \leq 2m) = P\left(0 \leq Z \leq \frac{m}{\sigma}\right)$$

문제에서 $f(m)=0.4772$ 인데, 표에서 $P(0 \leq Z \leq 2)=0.4772$ 이므로 $\frac{m}{\sigma}=2$ 임을 알 수 있다. 즉, $m=2\sigma$ 를 얻는다.

이제 $g(2)-f(2)=\frac{1}{2}$ 을 살펴보자. $g(2)$ 와 $f(2)$ 의 값을 각각 확률로 나타내면

$$g(2)=P(X \geq 2), \quad f(2)=P(2 \leq X \leq 4)$$

이 두 값을 정규분포의 그래프에 나타내어 $g(2)-f(2)$ 를 살펴보자.



그림에서와 같이 $g(2)$ 와 $f(2)$ 가 서로 겹치는 영역은 $2 \leq x \leq 4$ 이고 겹치는 영역을 제외한 $g(2)-f(2)$ 의 값은 $P(X \geq 4)$ 와 같음을 알 수 있다. 따라서

$$P(X \geq 4) = \frac{1}{2}$$

인데, 정규분포곡선은 평균을 기준으로 서로 대칭이므로

$$P(X \leq m) = P(X \geq m) = \frac{1}{2} \Rightarrow m = 4$$

이를 $m=2\sigma$ 에 대입하면 $\sigma=2$ 임을 알 수 있다. 즉, 확률변수 X 는 정규분포 $N(4, 2^2)$ 을 따른다.

이제 $f(2)$ 와 $g(5)$ 의 값을 구해 보자. 각각의 값을 확률로 나타내면

$$f(2)=P(2 \leq X \leq 4), \quad g(5)=P(X \geq 5)$$

와 같고 두 확률을 각각 표준화하면

$$f(2) = P(2 \leq X \leq 4) = P\left(\frac{2-4}{2} \leq Z \leq 0\right) = P(-1 \leq Z \leq 0)$$

$$g(5) = P(X \geq 5) = P\left(Z \geq \frac{5-4}{2}\right) = P(Z \geq 0.5)$$

문제에 주어진 표준정규분포표에서 $P(0 \leq Z \leq 0.5) = 0.1915$,
 $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$ 임을 알 수 있다.

$$f(2) = P(-1 \leq Z \leq 0) = 0.3413$$

$$g(5) = P(Z \geq 0.5) = 0.5 - 0.1915 = 0.3085$$

$$\therefore f(2) + g(5) = 0.3413 + 0.3085 = 0.6498$$

 ④

유사 기출 풀어보기 3

확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따를 때, 실수 전체의
 집합에서 정의된 함수 $f(t)$ 는

$$f(t) = P(t \leq X \leq t+2)$$

이다. 함수 $f(t)$ 는 $t=4$ 에서 최댓값을 갖고,
 $f(m) = 0.3413$ 이다. 오른쪽 표준정규분포표를
 이용하여 $f(7)$ 의 값을 구한 것은? [4점]

- ① 0.1359 ② 0.0919 ③ 0.0606
 ④ 0.0440 ⑤ 0.0166

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

[2019년 7월 가형 16번]

정답은 맨 뒷페이지에

미적분 23

분자를 정리하면

$$e^{5x} - e^x = e^x(e^{4x} - 1)$$

이므로 구하는 극한값은

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{\tan(2x)} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(e^x \times \frac{e^{4x} - 1}{4x} \times \frac{4x}{\tan(2x)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(e^x \times \frac{e^{4x} - 1}{4x} \times 2 \times \frac{2x}{\tan(2x)} \right) \\ &= 1 \times 1 \times 2 \times 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

 ④

미적분 24

$x + \frac{1}{x} = t$ 라 하면

$$\frac{dt}{dx} = 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow dt = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$$

적분구간도 t 의 구간으로 나타내자.

$$x: 1 \Rightarrow 2$$

$$x + \frac{1}{x}: \left(1 + \frac{1}{1}\right) \Rightarrow \left(2 + \frac{1}{2}\right)$$

$$t: 2 \Rightarrow \frac{5}{2}$$

따라서 구하는 정적분은

$$\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \int_2^{\frac{5}{2}} t dt = \left[\frac{1}{2}t^2\right]_2^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{25}{4} - 4\right) = \frac{9}{8}$$

 ①

미적분 25

두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 관계를 먼저 찾아보자. $f(x)$ 에 $2x$ 를 대입한 식이 $g(x)$ 와 같으므로 $g(x)=f(2x)$ 임을 알 수 있다. 따라서 적분하는 식을 살펴보면

$$f^{-1}(g(t))=f^{-1}(f(2t))=2t$$

따라서 구하는 적분은

$$\int_0^1 f^{-1}(g(t)) dt = \int_0^1 2t dt = \left[t^2 \right]_0^1 = 1$$

미적분 26

26번 풀이 방향

$a_n + a_{n+1} = 1$ 에서 n 에 $n+1$ 을 대입한 식을 빼 보면 a_{n+2} 와 a_n 사이의 관계를 알 수 있어!

문제의 조건인 $a_n + a_{n+1} = 1$ 에서 n 에 $n+1$ 을 대입하여 보자.

$$a_n + a_{n+1} = 1$$

$$\Rightarrow a_{n+1} + a_{n+2} = 1$$

따라서 얻은 $a_{n+1} + a_{n+2} = 1$ 의 식에서 $a_n + a_{n+1} = 1$ 을 빼면 $a_{n+2} - a_n = 0$ 임을 알 수 있다. 즉, $a_{n+2} = a_n$ 이므로 수열 $\{a_n\}$ 은 두 항을 주기로 반복된다. 모든 자연수 k 에 대하여

$$a_{2k-1} = a_1, \quad a_{2k} = 1 - a_1$$

이므로 주어진 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ 을 간단히 하면

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_1}{2^{2k-1}} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1-a_1}{2^{2k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2a_1}{2^{2k}} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1-a_1}{2^{2k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_1+1}{4^k}$$

등비급수의 공식을 이용하면

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_1+1}{4^k} = \frac{\frac{a_1+1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{a_1+1}{3}$$

이 값이 문제에서 $\frac{4}{9}$ 로 주어져 있으므로

$$\frac{a_1+1}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow a_{2k-1} = \frac{1}{3}, \quad a_{2k} = 1 - a_1 = \frac{2}{3}$$

이제 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n}$ 의 값을 구하자. 위에서와 마찬가지로

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n} &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{3}}{4^{2k-1}} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{2}{3}}{4^{2k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{4}{3}}{4^{2k}} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{2}{3}}{4^{2k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{16^k} \\ &\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{16^k} = \frac{\frac{2}{16}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

미적분 27

27번 풀이 방향

$f'(1)$ 의 값을 구할 때 방정식 $x^3+x=1$ 이 구해지지 않을 거야. 이때 당황하지 않고 근을 a 라 둔 후 그대로 미분하여 $a^3+a=1$ 임을 이용하여 구하면 놀랍게도 $f'(1)$ 의 값이 구해져!

구해야 하는 값은 $f'(1)$ 이므로 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분해 보자.

$$\begin{aligned} f(x^3+x) &= x^4+4x^3+2x^2 \\ \Rightarrow f'(x^3+x) \times (3x^2+1) &= 4x^3+12x^2+4x \end{aligned}$$

1)

함수 $y = x^3 + x$ 의 도함수
 $y' = 3x^2 + 1 > 0$ 이므로 계속 증가함을
 알 수 있다. 따라서 $a^3 + a = 1$ 을
 만족시키는 실수 a 는 하나만 존재한다.

$f'(1)$ 의 값을 구하기 위해 x 에 $x^3+x=1$ 이 되는 x 의 값을 대입해야 한다.
 다만, 위 방정식은 풀 수 없으므로 $a^3+a=1$ 이 되는 실수 a 의 값¹⁾을 대입해
 보자. 미분한 식에 $x=a$ 를 대입하면

$$f'(a^3+a) \times (3a^2+1) = 4a^3+12a^2+4a$$

이미 $a^3+a=1$ 이라 놓았으므로 $f'(a^3+a)$ 는 구하는 값인 $f'(1)$ 이다. 우변을
 간단히 나타내면

$$4a^3+12a^2+4a = 4(a^3+3a^2+a) = 4((a^3+a)+3a^2) = 4(3a^2+1)$$

$$\Rightarrow f'(1) \times (3a^2+1) = 4(3a^2+1)$$

$3a^2+1 > 0$ 이므로 양변을 $3a^2+1$ 로 나눌 수 있고, 서로 약분되어 a 의 값을
 정확히 구하지 않아도 $f'(1)=4$ 임을 알 수 있다.

답 ③

유사 기출 풀어보기 4

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x^3 + x) = e^x$$

을 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① e ② $\frac{e}{2}$ ③ $\frac{e}{3}$ ④ $\frac{e}{4}$ ⑤ $\frac{e}{5}$

[2022학년도 수능 미적분 24번]

정답은 맨 뒷페이지에

해설 편

2027학년도 대학수학능력시험 대비 Daily 삼정

유사 기출 풀어보기 정답

1. ㉓
2. ㉔
3. ㉑
4. ㉔