

Daily 삼정 1회

Daily 삼정 사용설명서

Daily 삼정은, 3-5등급 학생들을 위한

루틴 학습용 하프모의고사

입니다.

1. 모의고사의 의의

이 모의고사의 가장 큰 장점은, 하반기에 개념이 군데 군데 빠져 있는 4-5등급 학생들이 전범위의 쉬운 하프모의고사를 매일 연습하며 본인의 약점을 채울 수 있다는 것입니다.

하위권 학생들이 하반기에 개념강의를 처음부터 돌리는 경우가 많은데, 그러다 보면 완강률도 낮고 4-5등급 학생들은 뒷 부분 개념을 완벽히 채우지 못하고 수능을 보러 가는 경우도 있습니다.

또한 2-3등급 학생이라도 잘 출제되지 않는 지엽적인 개념(통계적 추정, 속도가속도, 곡선의길이 등등)이 나오면 수능장에서 3점을 틀리는 경우도 있습니다.

이 모의고사를 주 3회 풀며, 전범위에 대한 감을 계속 유지하시는 것을 추천드립니다.

기출 원본이 아닌 평가원식 변형문제가기 때문에, 실제 수능을 연습하는 데에도 큰 도움을 줄 겁니다.

실제로 여기에 있는 번호대만 모두 맞추어도 72점, 즉 높은 4등급 - 낮은 3등급 실력을 안정적으로 확보할 수 있습니다.
(16-20은 없으나 요즘 쉬우므로 생략하겠습니다.)

:

또한, 2-3등급 학생들도 이 모의고사를 간간히 풀어주며 하루 중 공부에 집중이 안될 때 리프레쉬하는 용도로 쓰시면 좋습니다.

공통 12, 13과 선택 27번은 마냥 쉽지만은 않기 때문에, 적당한 긴장감과 도파민을 줄 수 있습니다.

2. 모의고사의 구성

모의고사는 1-13번, 23-27번으로 구성된 간단한 하프모의고사입니다.

모의고사를 풀며, 틀리거나 잘 모르는 문제가 나오면 **그날 즉시 그 부분을 본인이 듣는 인강(세젤쉬, 시발점, 파운데이션 등등)이나 독학서(평정, 한완수 등등)로 개념 보충**하시는 것을 추천드립니다.

아니면 과외 선생님이 해당 부분 개념을 속성으로 지도해주셔도 좋습니다.

전범위를 공부할 필요 없이, 모르는 것만 그날 그날 채워나가도 Daily 삼정을 다 풀 때쯤은 3등급 정도 실력까지는 탄탄히 채워져 있을 겁니다.

#평정 테마

$$\Rightarrow \int_0^6 (x^3 - 8x^2 + 12x) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{8x^3}{3} + 6x^2 \right]_0^6 = 324 - 576 + 216 = -36$$

$$\therefore B - A = -(-36) = 36$$

답 ⑤

#평정 테마 : 수2 시즌2 <12> 두 넓이의 차

해설지에 **평정 테마**가 수록되어 있으므로, 평정이 있는 학생분들은 삼정을 먼저 풀고 찾아서 공부하셔도 좋습니다. 실전 개념을 굳이 앞에서부터 공부할 필요는 없습니다.

3. 해설지의 구성

기본적으로 친절한 과외식 해설이 탑재되어 있으며, 일부 문제는 **까먹은 공식을 상기**시키거나

풀이 방향

분모에 n 과 k 가 같이 있으므로 정적분 꼴을 만들어야 한다. $\frac{1}{n}$ 을 dx , $\frac{k}{n}$ 를 x , 적분구간을 $\int_0^1$ 로 바꿔주면 된다.

학생들이 접근하기 어려워할 만한 발상에 대한 힌트를 주는 경우도 있습니다. 즉, **해설지만으로 충분한 공부**가 가능하도록 만들었습니다.

27번 풀이 방향

$xy+x+y+k=0$ 은 x 와 y 를 서로 바꾸어도 그대로인 **대칭식**이다. 따라서 점 $A(a, b)$, 점 $B(b, a)$ 에서 두 점의 접선도 $y=x$ 에 대해 대칭이다. 즉 접선의 교점은 $y=x$ 위에 있다.

또한, 이 모의고사는 기본적으로 기출 베이스 모의고사이기 때문에 중요한 문제에 대해서는 유사 기출까지 수록하여 **내가 아직 공부하지 않은 중요한 기출**이 있는지 확인할 수 있습니다.

데일리 삼정의 문제들은 **중요하거나 트렌드에 맞는 기출 위주로 선별**되기 때문에, 만약 틀렸다면 한 문제도 그냥 넘어가서는 안 됩니다.

유사 기출 풀어보기 1

모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

모든 자연수 n 에 대하여 $3a_n^2 + 2na_n - 8n^2 = 0$ 이다.

- ① 540 ② 550 ③ 560 ④ 570 ⑤ 580

[2025학년도 10월 12번]

정답은 맨 윗페이지에

자, 그러면 지금부터 저희와 함께 데일리 삼정으로 수능을 정복하러 가봅시다!

*본 자료는 학교, 학원, 과외 또는 학습, 교습 용도로의 교육적 사용을 허용하며, 재판매, 원본과 다른 형태의 사용 등 불법적 사용을 불허합니다.

빠른 정답

공통

1	②	2	④	3	⑤	4	①	5	③
6	④	7	③	8	③	9	③	10	③
11	④	12	①	13	⑤				

확률과 통계

23	④	24	③	25	②	26	②	27	③
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

미적분

23	④	24	③	25	②	26	③	27	③
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

1

세제곱근을 지수로 바꾸면 계산이 깔끔하다. $\sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}}$ 이므로

$$\sqrt[3]{4} \times 2^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2$$

 ②

2

극한식을 미분계수 꼴로 보면

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+kh) - f(1)}{h} = kf'(1)$$

$f(x) = x^2 + 2x + 1$ 에서 $f'(x) = 2x + 2$ 이므로 $f'(1) = 4$ 이다. 따라서

$$4k = 12 \Rightarrow k = 3$$

 ④

3

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 한 후, S_2 와 S_4 를 정리해 보자.

$$S_2 = a + ar = a(1+r)$$

$$S_4 - S_2 = a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = ar^2(1+r)$$

두 식을 나누면 $a(1+r)$ 이 약분됨을 알 수 있다.

$$\frac{S_4 - S_2}{S_2} = \frac{ar^2(1+r)}{a(1+r)} = \frac{24}{6} \Rightarrow r^2 = 4$$

공비가 양수이므로 $r = 2$ 이다. 따라서 $S_2 = 6$ 에서

$$S_2 = a(1+2) = 6 \Rightarrow a = 2$$

구하는 값은 a_5 이고 $a_5 = ar^4 = 2 \times 2^4 = 32$ 이다.

 ⑤

4

식이 바뀌는 지점은 $x=2$ 뿐이므로 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이라면 $x=2$ 에서 좌우의 값이 같으면 된다.

왼쪽 식에서 $x=2$ 를 대입하면

$$2 \times 2 + a = 4 + a$$

이고, 오른쪽 식에서 $x=2$ 를 대입하면

$$2^2 - a = 4 - a$$

이고, $x=2$ 에서 연속이어야 하므로 $4+a=4-a$ 에서 $a=0$ 이다.

 ①

5

먼저 곱의 미분을 해보자.

$$g'(x) = 2xf(x) + (x^2 - 4)f'(x)$$

이제 $x=2$ 를 대입하여 $g'(2)$ 의 값을 구하면

$$g'(2) = 2 \times 2 \times f(2) + (2^2 - 4)f'(2) = 4f(2)$$

$f(2)=7$ 이므로 $g'(2)$ 의 값은 $4 \times 7 = 28$ 이다.

 ③

6

$\sin\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right) = -\sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right)$ 이고, $\sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) = -\cos\theta$ 이다. 따라서

$$\sin\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right) = \cos\theta = \frac{4}{5}$$

$\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 이므로 $\sin\theta < 0$ 이다. 즉, $\sin\theta = -\frac{3}{5}$ 이다.

$$\therefore \sin\theta + \cos\theta = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

 ④

7

먼저 접선의 기울기를 구하면 $y' = 2x - 5$ 이다. $x = 2$ 에서의 기울기는 -1 이므로 점 $(2, 4)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y - 4 = -(x - 2) \Rightarrow y = -x + 6$$

이 직선이 점 (a, a) 를 지나므로 $a = -a + 6$ 에서 $a = 3$ 이다.

 ③

8

먼저 $\log_b a = 2$ 를 지수식으로 바꾸면 $a = b^2$ 이다. 이제 $x = \log_3 b$ 라 하면

$$\log_3 a = \log_3 b^2 = 2x, \log_9 b = \frac{\log_3 b}{\log_3 9} = \frac{x}{2}$$

이다. 대입하면 $2x + \frac{x}{2} = 5$ 에서 $x = 2$ 이다. 이제 구하는 $\log_3(ab)$ 의 값을 구하면

$$\log_3(ab) = \log_3(b^2 \times b) = \log_3 b^3 = 3\log_3 b = 3x = 6$$

 ③

9

먼저 점 P의 속도를 구하자.

$$x_1 = t^3 - 6t^2 + 9t \Rightarrow x_1'(t) = 3t^2 - 12t + 9 = 3(t-1)(t-3)$$

속도의 부호는 $t = 1$ 과 $t = 3$ 에서 바뀔 수 있다. 즉, 출발한 후 두 번째로 운동 방향이 바뀌는 순간은 $t = 3$ 일 때이다. 이때의 두 점 P, Q의 위치를 구하자.

$$x_1(3) = 3^3 - 6 \times 3^2 + 9 \times 3 = 27 - 54 + 27 = 0$$

$$x_2(3) = 3^2 - 3 = 6$$

이므로 두 점 사이의 거리는

$$|x_2(3) - x_1(3)| = |6 - 0| = 6$$

 ③

10

직선 $x=2$ 가 함수 $f(x)$ 의 그래프의 점근선이므로 $\tan\left(\frac{\pi x}{a}\right)$ 에서 $\frac{\pi x}{a}$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $\frac{\pi}{2}+n\pi$ 꼴이 나와야 한다.

$$\frac{\pi \times 2}{a} = \frac{\pi}{2} + n\pi \Rightarrow 2 = a\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

$f(1)=0$ 이므로 $\tan\left(\frac{\pi}{a}\right)-b=0$ 에서 $b=\tan\left(\frac{\pi}{a}\right)$ 이다.

그런데 $f(x)=0$ 의 해는 $\tan$ 의 주기인 a 만큼 반복된다. 즉, $f(1)=0$ 이면

$$f(1+a), f(1-a), f(1+2a), \dots$$

의 값들도 0이 될 수 있다. $0 < x < 4$ 에서 $f(1)$ 만 0이 되려면

$$1+a \geq 4, 1-a \leq 0$$

이 되어야 한다. 즉, $a \geq 3$ 이다. 이제 $2 = a\left(n + \frac{1}{2}\right)$ 과 $a \geq 3$ 인 양수 a 는

$a=4$ 만 가능하다. 따라서 $b = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ 이다. $\therefore a+b=4+1=5$

답 ③

#평정 테마 : 수1 시준2 <15> 삼각함수 그래프와 확대축소

11

풀이 방향

$\int_x^{x+2} f'(t) dt = f(x+2) - f(x)$ 로 바꿀 수 있다. 그 후 다항함수의 항등식이므로 “계수비교”라는 방법을 떠올리자!

주어진 정적분을 정리하면

$$\int_x^{x+2} f'(t) dt = f(x+2) - f(x)$$

로 쓸 수 있다. $f(0)=0$ 이고 $f(2)=24$ 이므로

$$f(x+2) - f(x) = ax^2 + 20x + b \Rightarrow f(2) - f(0) = b = 24$$

함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수이므로 $f(x) = x^3 + px^2 + qx$ 로 놓은 후 직접 대입하여 p 와 q 의 값을 구하자.

$$f(x+2) = (x+2)^3 + p(x+2)^2 + q(x+2)$$

이므로 $f(x+2) - f(x)$ 를 정리하자.

$$\begin{aligned} f(x+2) - f(x) &= (x+2)^3 - x^3 + p(x+2)^2 - px^2 + q(x+2) - qx \\ &= (6x^2 + 12x + 8) + p(4x + 4) + 2q \\ &= 6x^2 + (12 + 4p)x + (4p + 2q + 8) \end{aligned}$$

이 식이 $ax^2 + 20x + 24$ 와 같다. 먼저 일차항의 계수를 비교하면

$$12 + 4p = 20 \Rightarrow p = 2$$

상수항끼리 비교하면 q 의 값을 구할 수 있다.

$$4p + 2q + 8 = 24 \Rightarrow 8 + 2q + 8 = 24 \Rightarrow q = 4$$

따라서 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x$ 이므로

$$f'(x) = 3x^2 + 4x + 4 \Rightarrow f'(1) = 3 + 4 + 4 = 11$$

답 ④

#평정 테마 : 수2 시즌2 <21> 항등식 마무리

12

풀이 방향

각각의 n 마다 a_n 을 따로 정할 수 있다. 절댓값을 풀었을 때 나올 수 있는 두 값 중 정수 조건을 만족시키면서 a_n 의 값을 크게 하는 값을 선택해야 한다.

절댓값 조건에서

$$3a_n + n = 8n \text{ 또는 } 3a_n + n = -8n \Leftrightarrow 3a_n = 7n \text{ 또는 } 3a_n = -9n \\ \Leftrightarrow a_n = \frac{7}{3}n \text{ 또는 } a_n = -3n$$

이다. n 은 자연수이므로 항상 $\frac{7}{3}n > -3n$ 이다. 따라서 구하는 값의 최댓값은 $\frac{7}{3}n$ 을 최대한 많이 선택해야 한다. 이때 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 항이 정수이어야 하므로 n 이 3의 배수일 때만 $a_n = \frac{7}{3}n$ 을 선택할 수 있다.

구하는 값은 $a_n + 3n$ 의 합의 최댓값이므로

$$(n \text{이 } 3 \text{의 배수일 때}): a_n + 3n = \frac{7}{3}n + 3n = \frac{16}{3}n \\ (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닐 때}): a_n + 3n = (-3n) + 3n = 0$$

따라서 $\sum_{n=1}^{18} (a_n + 3n)$ 의 값은 n 이 3의 배수일 때의 값만 더하면 된다.

$1 \leq n \leq 18$ 에서 n 이 3의 배수일 때만 $\frac{16}{3}n$ 을 더하면

$$\left(\sum_{n=1}^{18} (a_n + 3n)\right) \text{의 최댓값} = \frac{16}{3}(3+6+9+12+15+18) = \frac{16}{3} \times 63 = 336$$

답 ①

#평정 테마 : 수1 시즌1 <15> 처음 보는 수열의 합은 "나열"이 기본이다.

유사 기출 풀어보기 1

모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의
최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

모든 자연수 n 에 대하여 $3a_n^2 + 2na_n - 8n^2 = 0$ 이다.

- ① 540 ② 550 ③ 560 ④ 570 ⑤ 580

[2025학년도 10월 12번]

정답은 맨 뒷페이지에

13

풀이 방향

곡선과 직선 사이의 넓이 문제는 차함수를 이용한다. 방정식 $f(x) - 2x = 0$ 의 서로 다른 세 실근이 각각 세 점 O, P, Q의 x 좌표이다.

먼저 직선 $y = 2x$ 위의 점을 생각하자. 직선 $y = 2x$ 위의 점의 x 좌표가 양수 α 이면 그 점의 좌표는 $(\alpha, 2\alpha)$ 이다. 이 점과 원점과의 거리는

$$\sqrt{\alpha^2 + (2\alpha)^2} = \sqrt{5}\alpha$$

이다. 원점과 점 Q는 모두 직선 $y = 2x$ 위에 있는 점이므로 $\overline{OQ} = 6\sqrt{5}$ 에서

$$\alpha = 6$$

이다. 즉 점 Q의 x 좌표는 6임을 알 수 있다.

차함수 $g(x) = f(x) - 2x$ 라 하면 함수 $g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 세 점은 각각 O, P, Q이다. 따라서 점 P의 x 좌표를 p 라 하면

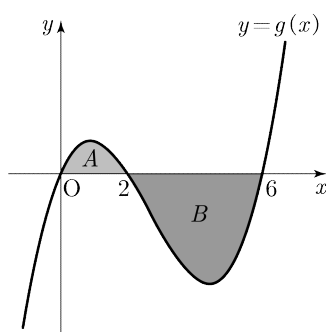
$$g(x) = x(x-p)(x-6)$$

이고 $f'(0) = 14$ 이므로

$$g(x) = f(x) - 2x \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2 \Rightarrow g'(0) = 12$$

$$g'(x) = (x-p)(x-6) + x(x-6) + x(x-p) \Rightarrow g'(0) = 6p \Rightarrow p = 2$$

따라서 $g(x) = x(x-2)(x-6)$ 이다.



곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 2x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는 곡선 $y = g(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같다.

앞선 그림에서와 같이 $0 < x < 2$ 에서는 $g(x) > 0$ 이고 $2 < x < 6$ 에서는 $g(x) < 0$ 임을 알 수 있다. A , B 는 모두 넓이이므로 양수이어야 함을 생각하면

$$A = \int_0^2 g(x) dx, \quad B = -\int_2^6 g(x) dx$$

이다. 구하는 값은 $B - A$ 이므로

$$B - A = -\int_2^6 g(x) dx - \int_0^2 g(x) dx = -\int_0^6 g(x) dx$$

이제 $\int_0^6 g(x) dx$ 의 값을 구하자.

$$g(x) = x(x-2)(x-6) = x^3 - 8x^2 + 12x$$

$$\Rightarrow \int_0^6 g(x) dx = \int_0^6 (x^3 - 8x^2 + 12x) dx$$

$$\Rightarrow \int_0^6 (x^3 - 8x^2 + 12x) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{8x^3}{3} + 6x^2 \right]_0^6 = 324 - 576 + 216 = -36$$

$$\therefore B - A = -(-36) = 36$$

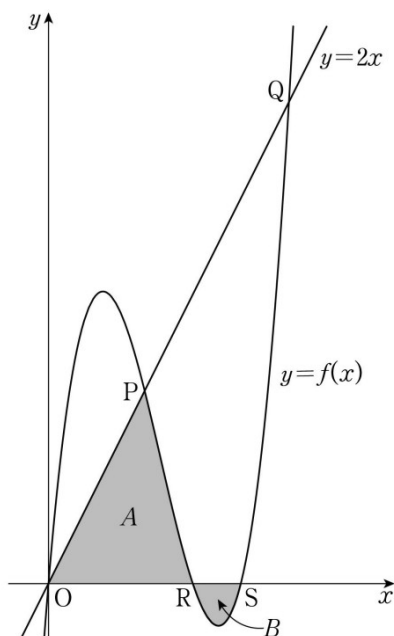
유사 기출 풀어보기 2

상수 a ($a > 1$)에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = f(a) = f(a+1) = 0$$

을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=2x$ 가 세 점 O, P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 두 점 $R(a, 0), S(a+1, 0)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 두 선분 OP, OR 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 RS 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $\overline{OQ} = 5\sqrt{5}$ 일 때, $A-B$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{61}{12}$ ② $\frac{31}{6}$ ③ $\frac{21}{4}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{65}{12}$



[2025학년도 10월 13번]

정답은 맨 뒷페이지에

확률과 통계 23

${}_6C_r 2^{6-r} (x^3)^r$ 에서 x 의 지수는 $3r$ 이다. 따라서

$$3r = 12 \Rightarrow r = 4$$

이다. 따라서 정답은

$${}_6C_4 \times 2^{6-4} = 15 \times 4 = 60$$

이다.

 ④

확률과 통계 24

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$ 이므로

$$\frac{1}{2} = P(A \cap B) + \frac{1}{6} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

이다. 두 사건 A , B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2}P(B)$$

이다. 따라서 $P(B) = \frac{2}{3}$ 이다.

 ③

확률과 통계 25

풀이 방향

6의 배수라는 말은 2의 배수이면서 3의 배수라는 뜻이다.
직접 가능한 순서쌍을 세도 되지만,
“짝수가 하나도 없는 경우”, “3의 배수가 하나도 없는 경우”
를 빼는 방식이 빠르다.

먼저 전체 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

이다. 그리고 ab 가 6의 배수하려면 a, b 중 적어도 하나는 짝수이고, 적어도 하나는 3의 배수여야 한다.

짝수가 하나도 없는 경우는 두 눈이 모두 홀수인 경우이므로

$$3 \times 3 = 9$$

가지이다.

3의 배수가 하나도 없는 경우는 두 눈이 모두 $\{1, 2, 4, 5\}$ 중 하나인 경우이므로

$$4 \times 4 = 16$$

가지이다.

그런데 두 조건을 동시에 만족하지 않는 경우, 즉 두 눈이 모두 홀수이면서 3의 배수가 아닌 경우는 $\{1, 5\}$ 에서만 나오므로

$$2 \times 2 = 4$$

가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$36 - 9 - 16 + 4 = 15$$

이고, 확률은

$$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

이다.

확률과 통계 26

풀이 방향

신뢰구간의 길이는 중심과의 거리의 두 배이다.

신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

이다. 여기서 $n = 49$ 이므로 전체 구간의 길이는

$$2 \times 1.96 \frac{\sigma}{7}$$

이다.

문제에서 구간의 길이가 1.12이므로

$$2 \times 1.96 \frac{\sigma}{7} = 1.12 \Rightarrow \frac{3.92}{7} \sigma = 1.12 \Rightarrow 0.56 \sigma = 1.12$$

따라서 $\sigma = 2$ 이다.

확률과 통계 27

풀이 방향

주어진 조건 $f(f(1)) \neq f(2)$ 를 직접 만족하는 함수 f 의 개수를 세기보다 전체 함수의 개수에서 $f(f(1)) = f(2)$ 를 만족하는 함수의 개수를 빼는 쪽이 더 편하다. $f(1)$ 의 값이 무엇인지를 기준으로 케이스를 분류하자.

우선 전체 함수의 개수는 $3^5 = 243$ 개다. 이제 이 중 $f(f(1)) = f(2)$ 를 만족하는 함수의 개수를 세서 빼주자. 이를 위해선 $f(1)$ 의 값이 얼마인지에 따라 케이스를 분류해야 한다.

(i) $f(1) = 1$ 인 경우

이 경우, 주어진 조건 $f(f(1)) = f(2)$ 를 정리하면

$$f(2) = f(f(1)) = f(1) = 1$$

이 된다. 따라서 $f(1) = f(2) = 1$ 이 되고, 나머지 정의역의 원소 3, 4, 5의 함수값을 결정하는 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

가지이다. 따라서 이 경우를 만족하는 함수의 수는 27가지이다.

(ii) $f(1) = 2$ 인 경우

이 경우, 주어진 조건 $f(f(1)) = f(2)$ 를 정리하면

$$f(2) = f(f(1)) = f(2)$$

가 된다. 이는 $f(2)$ 의 값에 관계없이 성립하는 조건식이므로 $f(1) = 2$ 만 결정된다. 나머지 정의역의 원소 2, 3, 4, 5의 함수값을 결정하는 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

가지이며, 따라서 이 경우를 만족하는 함수의 수는 81가지이다.

(iii) $f(1) = 3$ 인 경우

이 경우, 주어진 조건 $f(f(1)) = f(2)$ 를 정리하면

$$f(2) = f(f(1)) = f(3)$$

이 된다. 따라서 $f(1) = 3$ 이 되고, $f(2) = f(3)$ 의 값을 결정하는 경우의 수가 3가지, 나머지 정의역의 원소 4, 5의 함수값을 결정하는 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$

가지이다. 따라서 이 경우를 만족하는 함수의 개수는 27가지이다.

이로부터 $f(f(1))=f(2)$ 를 만족하는 함수의 개수는

$$27+81+27=135$$

가지이며, 따라서 구하는 $f(f(1))\neq f(2)$ 인 함수의 개수는

$$243-135=108$$

개다.

 ③

유사 기출 풀어보기 3

두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y=\{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중 $f(1)\times f(2)\neq 4$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는? [3점]

① 189

② 198

③ 207

④ 216

⑤ 225

[2027학년도 6월 확률과 통계 27번]

정답은 맨 뒷페이지에

미적분 23

$1 - \cos 4x = 2\sin^2 2x$ 이므로

$$\frac{1 - \cos 4x}{x \sin 2x} = \frac{2\sin^2 2x}{x \sin 2x} = 2 \times \frac{\sin 2x}{x}$$

이다. 즉 극한값은 4이다.

 ④

미적분 24

풀이 방향

분모에 n 과 k 가 같이 있으므로 정적분 꼴을 만들어야 한다. $\frac{1}{n}$ 을 dx , $\frac{k}{n}$ 를 x , 적분구간을 $\int_0^1$ 로 바꿔주면 된다.

$$\frac{3}{4n+3k} = \frac{1}{n} \times \frac{3}{4+3\frac{k}{n}} \text{로 변형하면}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{3}{4n+3k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \times \frac{3}{4+3\frac{k}{n}}$$

이다. 즉

$$\int_0^1 \frac{3}{4+3x} dx$$

를 계산하면

$$\int_0^1 \frac{3}{4+3x} dx = [\ln(4+3x)]_0^1 = \ln 7 - \ln 4 = \ln \frac{7}{4}$$

이다.

 ③

미적분 25

모든 항이 양수이고 극한값이 3 이므로 공차는 $d > 0$ 이다. 따라서

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = d$$

이다. 이제 주어진 식을 유리화하자.

$$n \left(\sqrt{1 + \frac{12}{a_n}} - 1 \right) = n \times \frac{\frac{12}{a_n}}{\sqrt{1 + \frac{12}{a_n}} + 1} = \frac{12n}{a_n \left(\sqrt{1 + \frac{12}{a_n}} + 1 \right)}$$

따라서 극한값은

$$\frac{12}{d \times 2} = \frac{6}{d}$$

이다. 문제에서 이 값이 3 이므로

$$\frac{6}{d} = 3 \Rightarrow d = 2$$

이다.

미적분 26

풀이 방향

x 가 붙어있으므로 $x^2 = u$ 로 치환할 수 있다. 치환적분!

$u = x^2$ 라 두면 $du = 2xdx$ 이다. 따라서

$$\int_0^1 x(a-2x^2)e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 (a-2u)e^{-u} du$$

이다. 이제 필요한 적분값을 계산하자.

$$\int_0^1 e^{-u} du = 1 - \frac{1}{e}$$

이고,

$$\int_0^1 ue^{-u} du = \left[-(u+1)e^{-u} \right]_0^1 = 1 - \frac{2}{e}$$

이다. 따라서

$$\frac{1}{2} \int_0^1 (a-2u)e^{-u} du = \frac{1}{2} \left\{ a \left(1 - \frac{1}{e} \right) - 2 \left(1 - \frac{2}{e} \right) \right\} = \frac{1}{2} \left\{ a - 2 + (4-a) \frac{1}{e} \right\}$$

이다. 이 값이

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2e}$$

와 같으므로

$$a - 2 + (4-a) \frac{1}{e} = 1 + \frac{1}{e}$$

이고, 양변에 e 를 곱하면

$$e(a-2) + 4 - a = e + 1 \Leftrightarrow a(e-1) = 3(e-1)$$

이다. $\therefore a = 3$

미적분 27

풀이 방향

$xy+x+y+k=0$ 은 x 와 y 를 서로 바꾸어도 그대로인 대칭식이다. 따라서 점 $A(a, b)$, 점 $B(b, a)$ 에서 두 점의 접선도 $y=x$ 에 대해 대칭이다. 즉 접선의 교점은 $y=x$ 위에 있다.

먼저 접선의 기울기를 구하기 위해 원래 식

$$xy+x+y+k=0$$

을 x 에 대하여 미분하자.

$$y+xy'+1+y'=0 \Rightarrow (x+1)y'=- (y+1)$$

따라서

$$y'=-\frac{y+1}{x+1}$$

이다. 점 $A(a, b)$ 에서의 접선의 기울기는

$$-\frac{b+1}{a+1}$$

이므로 접선의 방정식은

$$y-b=-\frac{b+1}{a+1}(x-a)$$

이다. 분모를 없애서 정리하면

$$(a+1)(y-b)=-(b+1)(x-a) \Rightarrow (b+1)x+(a+1)y=2ab+a+b$$

이다. 마찬가지로 점 $B(b, a)$ 에서의 접선은

$$(a+1)x+(b+1)y=2ab+a+b$$

이다. 이제 두 접선의 교점을 구하기 위해 두 식을 빼면

$$(b-a)x+(a-b)y=0 \Rightarrow (b-a)(x-y)=0$$

이고, $a < b$ 이므로 $x=y$ 이다. 즉, 두 접선의 교점은 직선 $y=x$ 위에 있다.

그런데 두 점선의 교점의 x 좌표가 3이므로, 교점은 $(3, 3)$ 이다.

이 점을 점 A에서의 점선식에 대입하면

$$(b+1) \times 3 + (a+1) \times 3 = 2ab + a + b$$

$$\Rightarrow 3a + 3b + 6 = 2ab + a + b$$

$$\Rightarrow ab - a - b - 3 = 0$$

이다. 또 점 $A(a, b)$ 가 직선 $y = x + 3$ 위에 있으므로

$$b = a + 3$$

이다. 이를 대입하면

$$a(a+3) - a - (a+3) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Rightarrow (a-2)(a+3) = 0$$

이다. 문제에서 $1 < a$ 이므로

$$a = 2, \quad b = 5$$

이다. 마지막으로 점 $A(2, 5)$ 가 곡선 위에 있으므로

$$ab + a + b + k = 0 \Rightarrow 10 + 2 + 5 + k = 0 \Rightarrow k = -17$$

이다. 따라서

$$k + a + b = -17 + 2 + 5 = -10$$

이다.

답 ③

[여담]

참고로 곡선의 식을 y 에 대하여 정리하면

$$y = -\frac{x+k}{x+1} = -1 + \frac{1-k}{x+1}$$

이므로 이 곡선은 유리함수 그래프이다. 이때 점근선의 교점이 $(-1, -1)$ 이므로 $y = x$ 에 대하여 대칭임을 알 수 있다.

물론, $xy + x + y + k = 0$ 은 x 와 y 를 서로 바꾸어도 식이 그대로인 **대칭식**임을 파악하는 것이 제일 본질적이다.

유사 기출 풀어보기 4

세 실수 k ($k < -1$), a , b ($1 < a < b$)에 대하여 두 점 $A(a, b)$, $B(b, a)$ 가 곡선 $C: x^2 - xy + y^2 + k = 0$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A 에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B 에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자.

$$\overline{AB} = 2\sqrt{2}, \quad \tan \theta = \frac{4}{3}$$

일 때, $k+a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -35 ② -27 ③ -19 ④ -11 ⑤ -3

[2025학년도 10월 미적분 27번]

정답은 맨 뒷페이지에

--	--

유사 기출 풀어보기 정답

1. ㉔
2. ㉒
3. ㉒
4. ㉔